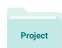
Distincţia dintre infinitul real şi infinitul conceptual în posteritatea kantiană

Article · January 2002



Bogdan Popoveniuc
Stefan cel Mare University of Suceava



R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

DISTINCȚIA DINTRE INFINITUL REAL ŞI INFINITUL CONCEPTUAL ÎN POSTERITATEA KANTIANĂ

Bogdan Popoveniuc

Istoria *"Ideile originale sunt extrem de rare şi de cele mai multe ori în decursul timpului filosofii nu au făcut decât să le combine în alte chipuri."*

G. Sarton

„Se pare că latura principală a problemei iraționalității a apărut prima oară în conştiința grecilor nu din considerații aritmetice, ci din analiza continuului în legătură cu infinitul mare (ca număr) şi infinitul mic (ca mărime)”[i].

Plecând de aici, problematica infinitului se va cristaliza treptat de-a lungul a două dimensiuni: infinitul mic legat de ideea continuului şi infinitul mare legat de „principiul continuității”[ii]. Acest fapt a determinat inițial o disjuncție în cadrul tratării conceptului de infinit, în

funcție de cele două ipostaze ale sale. Infinitul mare a revenit aritmeticii (iar în plan metafizic absolutului), iar infinitul mic geometriei (şi fizicii). Ulterior, apariția algebrei şi unificarea ei cu geometria în analiză, nu a determinat, cum era de aşteptat, o analiză unitară a infinitului, ci în funcție de domeniul în care intervenea, era tratată o latură sau alta: infinitul mic – calcul infinitezimal, teorie cuantică, infinitul mare – teoria mulțimilor, cosmologie, încercările de analiză combinată fiind extrem de timide. Faptul este explicabil dacă ne gândim că la baza celor două „fețe" ale infinitului, stau două modalități diferite de reprezentare: continuitatea, posibilitatea de a avansa, repeta aceeaşi procedură fără limită - „infinitul în sus", şi continuul, apropierea, divizibilitatea neîntreruptă – „infinitul în jos".

Cele două „fețe" ale infinitul au avut de-a lungul istoriei numeroase ipostaze.

"În istoria îndelungată a conceptului de infinit pot fi distinse câteva etape fundamentale, în cadrul cărora gândirea a fost dominată de un anumit «tip» al infinitului, de o ipostază particulară, sau de o anumită perspectivă de abordare a sa. Acestea au fost: (i) de la pitagoreici şi Zenon până la Aristotel - «preistoria» infinitului; (ii) de la Aristotel până la Hegel şi Cantor – etapa infinitului potențial; (iii) etapa de mari transformări dominată de realizările lui Riemann, Bolzano, Dedekind, Cantor ş.a. - revoluționarea ideii infinitului, construirea teoretică a infinitului «pozitiv»; reintroducerea conceptului infinitului actual şi a transfinitului; (iv) perioada contemporană – diversificarea tipurilor (sau «speciilor») infinitului şi implicarea lor în diferite

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

domenii ale ştiinţei; probleme, teoreme şi teorii generate de abordarea infinitului în cunoaşterea actuală”.[iii]

Din această delimitare istorică reiese clar şi concepţia asupra infinitului căreia i-a fost tributar Kant şi anume, cea aristotelică.

Specific propriei mentalităţi, grecii nu sau mulţumit să conceptualizeze infinitul doar teoretic, ci au căutat o fundare ontologică a acestuia. Dacă în perioada contemporană este acceptată existenţa pur teoretică a unor entităţi în cadrul unui sistem, entităţi ce au rolul de a conferi consistenţă şi rigoare respectivului sistem, pentru greci acest fapt era de neconceput. “Speculaţia” teoretică îşi trăgea îndreptăţirea din “realitatea” tezelor sale. O dată ceva acceptat ca existând la nivelul conceptului, el trebuia să aibă îndreptăţire la nivelul realului. Este vorba de existenţa unei armonii între gândire şi lume. Limitele gândirii lumii sunt necesar limitele lumii, precum limitele realităţii sunt limitele gândirii. Iar acest fapt este pe deplin observabil la Aristotel: *“cunoaşterea efectivă este identică cu obiectul ei”*, spune el în ***De Anima*** (III, 6, 431a).

În aceeaşi lucrare spune şi că în momentul în care gândim un x mintea noastră îşi asumă forma lui x şi într-un anume fel, devine acel x, sau cum spune Hitikka: *”conceptibilitatea unei forme implică faptul că într-un anumit sens această formă este actualizabilă”*[iv]. În virtutea acestei concepţii orice contradicţie apărută la nivelul gândirii, este în mod necesar o eroare (de cunoaştere, de înţelegere) care trebuie soluţionată.

Or *“cercetarea în legătură cu infinitul este anevoioasă. Astfel, şi cei care spun că există, şi cei care spun că nu există întâmpină multe dificultăți”*[v].

În sprijinul acestei idei vin şi cele cinci argumente prin care Aristotel arată că există ceva infinit: *”Convingerea că există infinit s-ar putea deduce, pentru cei care cercetează, din cinci fapte: din timp (căci este infinit), din diviziunea în mărimi (pentru că şi matematicienii se servesc de infinit), pe lângă aceasta din faptul că generarea şi distrugerea nu se epuizează niciodată prin faptul că este infinită sursa de unde se ia ceea ce este generat; pe lângă asta şi din faptul că limitatul este întotdeauna limitat față de ceva, astfel că, în mod necesar, că nu există limită, dacă în mod necesar, întotdeauna, un lucru este limitat de altul. Dat cel mai important lucru care creează o dificultate comună pentru toți este faptul că numărul pare că este infinit, pentru că în reprezentare (gândire n.n.) el nu se epuizează, ca şi mărimile matematice, şi ceea ce este dincolo de cer”*[vi].

Este evident faptul că şi reprezentarea (gândire), şi numărul, şi mărimile matematice şi ceea ce este dincolo de ceru alcătuiesc un tot, au aceeaşi îndreptățire la existență. Între ele nu există o ruptură de nivel ontologic, ci sunt doar fețe diferite ale aceleaşi realități. Astfel deoarece *“gândirea unui geometru reprezintă o actualizare”*[vii], entitățile matematice nu sunt mai puțin reale. Deci problemele care le ridică infinitul mişcării, al măsurii sale, care este timpul, al limitei lucrurilor, al ceea ce este dincolo de bolta cerului sunt aceleaşi cu cele ale

infinitului în gândire, în diviziunea mărimilor şi număr, pentru că infinitatea în act şi cea în gândire coincid. Dar nivelul matematicii timpului său (inexistenţa calculului infinitezimal), al ştiinţei în general (universul închis, limitat la bolta cerească) îl fac să postuleze o dihotomie între infinitul numărului, care are la bază timpul (mai exact număratul timpul) şi infinitul mărimilor.

"Avem temeiuri să ne gândim că prin adăugare se pare că nu există infinit care să depăşească orice mărime, dar că prin diviziune există un astfel de infinit; (…) Un bun temei pentru aceasta este faptul că la număr există o limită în direcţia celei mai mici cantităţi, în timp ce în direcţia unei creşteri se poate depăşi totdeauna orice cantitate. Dimpotrivă în ce priveşte mărimile, este posibil să se depăşească orice mărime în direcţia micimii, în timp ce în direcţia creşterii nu există nici o mărime infinită"[viii].

Diviziunea numărului nu poate exista la infinit, pentru că "Unul este indivizibil", în schimb *"«mai multul» se poate concepe întotdeauna, căci dihotomia continuă a mărimii (numărului n.n.) este nelimitată, aşa încât acest infinit există potenţial, dar nu în act"*. Oricând poate exista un număr mai mare, dar el este inseparabil de procesul de dihotomie continuă, pentru că infinitatea sa nu e staţionară, ci este în devenire, ca timpul şi număratul timpului. Pentru mărimi în schimb nu există infinit în direcţia creşterii *"căci atât cât este posibil în potenţialitate tot atât este posibil în act"*, căci *"nici nu este posibil să existe o mărime care să depăşească o*

mărime determinată căci, atunci, ar exista ceva care să fie mai mare decât bolta cerului"[ix].

Acest raționament este susținut şi de concepția sa metafizică, deoarece *"pentru demonstrație nu contează deosebirea între mărimi, existența însă este situată totuşi numai în mărimile existente"*.

Astfel el face o distincție netă, pe care se bazează de altfel şi dihotomia sa, între concepția matematică şi concepția metafizică. Numărul este infinit (potențial) în mare, dar nu este infinit în mic, pe când mărimea (fizică) nu este infinită în mare dar este infinit divizibilă.

Deosebit de interesantă este în această privință este studiul lui J. Hitikka, care analizează infinitul aristotelic din perspectiva "principiului plenitudinii", pe care îl consideră prezent în gândirea stagiritului[x].

Conform acestui principiu *"toate posibilitățile veritabile, sau cel puțin cele de gen central şi important se actualizează în timp. Orice asemenea posibilitate a fost, este, sau va fi realizată, ea nu poate rămâne nerealizată într-un timp infinit; într-un sens, orice posibilitate, pe termen lung, se actualizează"*[xi].

De aici legătura intimă între cele două specii de infinit. "Principiul plenitudinii" este cel care îi fundamentează raționamentul: *"Dacă nu este posibil să existe un corp sensibil infinit în act, este evident că nu va putea să fie potențial nici prin adăugare"*[xii].

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

Se poate lesne observa că la argumentării sale avem o inferenţă imediată: infinitul potenţial implică infinitul actual – principiul plenitudinii, deci inexistenţa (negarea) infinitului actual – universul este finit, implică inexistenţa (negarea) infinitului potenţial.

De o maximă importanţă este desigur raportul pe care teoria despre infinit a lui Aristotel îl are cu concepţia matematică despre infinit.

După cum se ştie, la greci matematica era de fapt geometria, ori *"Aristotel a fost un empirist radical, în ambele sensuri ale cuvântului. În primul rând, el susţine că noţiunile sau conceptele cu care încercăm să pricepem realitatea sunt toate derivate în cele din urmă din percepţie «şi, de aceea, nimeni nu poate să înveţe sau să înţeleagă ceva fără senzaţie. De asemenea atunci când reflectează asupra lor, e necesar s-o facă printr-o imagine»*[xiii]*. În al doilea rând, el crede că ştiinţa, sau cunoaşterea, care este înţelegerea noastră asupra realităţii, este fundamental întemeiată pe observaţiile perceptive"*[xiv].

În consecinţă, în "sistemul" aristotelic al ştiinţelor matematica nu poate ocupa decât o poziţie de rang trei. Pentru că *"…dacă n-ar exista altă substanţă decât acelea alcătuite de natură, fizica (**φισικη**) ar fi ştiinţa fundamentală. Dar dacă există o substanţă nemişcată, ştiinţa ce se ocupă cu aceasta trebuie să fie anterioară şi ea trebuie să constituie filosofia primă"*[xv].

De aceea, matematica nu are ca obiect o realitate imuabilă, cu o existență separată de cea a omului, ci obiectul ei e constituit din entități obținute prin abstracție.

“Aristotel face o distincție categorică între posibilitatea de a abstrage (literal: «de a scoate») unitatea, circularitatea şi alte caracteristici matematice din obiecte, pe de o parte, şi existența independentă a acestor caracteristici sau a reprezentanților lor, adică unități şi cercuri, pe de altă parte. El subliniează deseori că posibilitatea de abstracție nu implică deloc existența independentă a ceea ce este sau poate fi abstras. Conținutul matematicii este alcătuit din acele rezultate ale abstracției matematice, pe care Aristotel le numeşte «obiecte matematice»”[xvi].

De unde ar rezulta, după Körner, că la Aristotel *“matematica se ocupă cu idealizările efectuate de matematician”*.

Dintr-o asemenea perspectivă, apare mai clar distincția făcută de Aristotel între matematica pură şi cea aplicată, care doar ar aproxima-o, şi de ce consideră el că pentru matematicieni *“nu există infinit în act în sensul creşterii, care nu ar putea fi parcurs. …nici acuma nu au nevoie de infinit şi nici nu se folosesc de el, ci spun numai că există un lucru atâta cât vor ei, dar limitat. Se poate însă ca aceeaşi definiție a diviziunii făcute unei mărimi foarte mari să se aplice oricărei mărimi. În acest fel, nu există nici o diferență între mărimi pentru a face demonstrația, însă existența există în mărimi reale”*[xvii].

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

Nu ne interesează aici dacă Aristotel s-a înşelat sau nu în ceea ce priveşte natura demonstraţiei şi a infinitului în matematică[xviii], ci după cum precizam la început, viziunea care, o dată cu el s-a impus până în perioada modernă, asupra infinitului şi, mai ales ideea ce stă la baza argumentaţiei sale.

În acest sens două sunt ideile pe care le reţinem.

În primul rând faptul infinitul nu se poate realiza (actualiza) în lume pentru că *"o mişcare infinită nu poate să existe"*[xix], la fel cum *"evident că în act nu există corp infinit"*[xx]. Că *"în general, infinitul constă în faptul de a lua mereu şi mereu alt şi alt lucru şi în faptul că lucrul luat este mereu limitat, dar este mereu altul şi altul"*[xxi]. Şi în al doilea rând *"ideea că o metodă de procedură în paşi, adică de a face pasul următor, dacă pasul precedent s-a făcut, nu implică existenţa unui ultim pas nici în gândire, nici în acţiune"*[xxii].

Cu alte cuvinte, procedura poate continua infinit de mult.

În subsidiar vom reţine aici şi faptul că Aristotel leagă această "inexistenţă în act a infinitului", de posibilitatea realizării cunoaşterii ştiinţifice. *"Imposibilitatea «străbaterii raţionale a infinitului», corespunzând, ontologic, imposibilităţii actualizării lui (a unei succesiuni infinite de cauze) reprezintă astfel atât fundamentul metafizicii cât şi al teoriei aristotelice a cunoaşterii demonstrative, al ştiinţei".*[xxiii] La nivel metafizic el impune existenţa necesară a "principiului suprem", care să înfrângă "regresul ontologic la infinit": "cauzele celor existente nu sunt infinite, nici în ordinea unor succesiuni

temporale, nici considerate ca gen”[xxiv]. Această ordine ontică implicând la rândul ei, la nivelul cunoaşterii acestei existențe “o finitudine esențială a organizării în noțiuni”: *“Cei care admit procesul de devenire la infinit elimină ştiința…Spunem doar că noi cunoaştem un lucru când îi cunoaştem cauzele. Dar atunci ar fi peste putință ca, într-un timp mărginit, să parcurgem o infinitate de cauze care se leagă una de alta la nesfârşit”*[xxv]. *“Prin aceasta Aristotel a reuşit să găsească drumul de mijloc - «între cele două infinite iraționalități» (a concretului şi a principiilor) – pentru gândirea umană în efortul ei de a înțelege şi explica lumea”*[xxvi].

Cum era şi firesc teologia şi filosofia evului mediu au transferat problema infinitului în domeniul teologiei. Fapt ce a determinat apariția distincției între infinitul absolut, infinitul fizic şi infinitul matematic[xxvii], dar şi o delimitare cvasiteologică între infinit şi indefinit. Pentru Descartes, de exemplu, numai Dumnezeu poate fi considerat infinit, pe când lumea şi cunoaşterea umană doar indefinite. Cel care se va preocupa mai intens de problema infinitului (şi va dezvolta o concepție riguroasă, în special asupra infinitului mic) va fi Leibniz, deşi profund îndatorat concepției aristotelice. Meritul său principal este acela de a fi acomodat finitismul stagiritului metodologiei matematice şi de a fi fundamentat relația dintre infinitul potențial şi cel actual pe baza principiului continuității. Nu ne vom opri la aspectul intensiv al infinitului, pe care îl dezvoltă Leibniz, pe baza concepției sale metafizice despre lume, demers care reprezintă un veritabil progres atât față de concepția aristotelică cât şi față de cea atomistă: *“fiecare porțiune a materiei este nu numai divizibilă la infinit – cum au recunoscut cei vechi,*

dar şi subdivizată actual, fără sfârşit, fiece parte în părţi având o mişcare proprie; altfel ar fi cu neputinţă ca fiece porţiune a materiei să poată exprima Universul"[xxviii]. Tributar concepţiei vremii sale, Leibniz atribuie infinitatea "adevărată" numai Absolutului, care este substanţa infinită. Deşi pare că ar atribui infinitate actuală materiei, acest fapt este contrazis de concepţia sa metafizică, aici întrezărindu-se, mai degrabă, o viziune nouă, a unei "diversităţi ce se unifică", a unei unităţi ce nu se evidenţiază prin "reducerea ontologică" a diversităţii, imaginea unei paradigme structural-generative asupra infinitului[xxix].

"În lucrurile reale însă, adică în corpuri, părţile nu sunt nedefinite (ca în spaţiu, lucru mental), ci există în act, determinate în modul anumit în care natura a stabilit în mod actual diviziuni şi subdiviziuni, răspunzând varietăţii mişcărilor; şi deşi acele diviziuni merg la infinit, totuşi nu mai puţin toate rezultă din anumite elemente prime constitutive, adică din unităţi reale, dar infinite ca număr. Vorbind însă riguros, materia nu este alcătuită din unităţile constitutive, ci rezultă din acestea, materia sau masa extinsă nefiind decât un fenomen care îşi are temeiul în lucruri – aşa cum este curcubeul sau periheliul -, toată realitatea, aparţinând doar unităţilor. Fenomenele aşadar pot fi mereu divizate în fenomene mai mărunte (…) şi nu se poate ajunge vreodată la fenomene minime. Unităţile însă substanţiale nu sunt părţile, ci fundamentele fenomenelor"[xxx].

"Deşi utilizează conceptul de infinit actual în raport cu materia, acest lucru pare mai degrabă un indiciu al modului în care Leibniz îşi reprezintă «participarea» materiei la realitate"[xxxi]**.** El scrie textual

că materia *"nu este ceva continuu, ci ceva discret, divizat în mod actual la infinit"*[xxxii]. Numai că materia lui Leibniz nu este materia ca obiect de studiu al ştiinței, ci este o materie "metafizică", (mai exact o materie „monadologică" – acea materie care este doar rezultatul acțiunii unor principii active, şi nu doar pasive ca la Aristotel şi Descartes, care are doar o realitate fenomenală, derivată din existența substanțială pe care o împărtăşesc doar monadele). *"materia este reală numai în măsura în care se află, în substanțele simple, o rațiune, a ceea ce se constată ca pasiv, în fenomene"*[xxxiii]. Prin urmare, şi infinitul atribuit materiei nu poate fi afirmat decât sincategorematic. Deşi concepția lui Leibniz, despre conținutul matematicii pure, este total diferită de cea a lui Aristotel, totuşi în privința realității infinitului matematic nu prea găsim deosebiri. "Entitățile matematice" aflate pe al cincilea palier de al existenței, sunt produse prin abstracție şi deci, nu există în mod real "în nuditatea lor", intrând sub incidența posibilului. De unde rezultă că lor nu li se poate aplica divizibilitatea actuală, ci doar cea posibilă la infinit. Astfel infinitul matematic nu este decât un "concept ideal" foarte util calculului, dar fără realitate nemijlocită. Conform metafizicii sale realul nu poate exista decât în mod discret actual infinit (monadele). Celelalte "entități ideale şi de relație" sunt guvernate de "principiul continuității" stă mărturie numai pentru un "infinit sincategorematic", ideal, de ordinul posibilului, care permite extinderea operațiilor finite asupra mărimilor infinite. Iar confundarea celor două planuri de existență nu duce decât la confuzii şi contradicții. *"Se…vede că în tot ce este actual nu există, decât cantitate discretă, adică multiplicitate de*

monade sau de substanțe simple, care, în fiecare agregat sensibil, adică în ceea ce corespunde fenomenelor, este mai mare decât orice număr. Cantitatea continuă însă este ceva ideal care priveşte posibilul şi actualul, întrucât e considerat ca posibil. Continuul, în adevăr, implică părți nedeter-minate, pe când în tot ceea ce actual nimic nu este nedefinit – căci în el orice diviziune care se poate face este deja făcută. Actualul este alcătuit, aşa cum este alcătuit numărul din unități din fracțiuni: părțile sunt în act cu totul real, dar nu tot astfel în totul ideal. Noi, însă, confundând ceea ce este ideal cu substanțele reale, ne precipităm singuri în labirintul continuului şi contradicțiilor care nu pot fi explicate, căutând părți actuale în ordinea posibililor şi părți nedeterminate în agregatul de părți actuale"[xxxiv]. Astfel deşi calculul infinitezimal are şi un fundament in re, prin intermediul acestui principiu metafizic al continuității, realitatea sincategorematică pe care i-o conferă, nu este suficientă pentru a apăra această epocală descoperire, de care era perfect conştient, de ficționalism. Principiul continuității justificat în ultimă instanță de principiul rațiunii suficiente, nu este suficient pentru a întemeia, nici măcar metafizic, realitatea infinitului actual în lume. În ceea ce finitul sau infinitul spațial sau temporal al universului, viziunea sa relațională asupra spațiului şi timpului nici nu îi puteau permite să concluzi-oneze decât în virtutea aceluiaşi principiu pseudologic al rațiunii suficiente: infinitatea universului material pare mai conformă cu înțelepciunea unui creator divin. De aceea ordinea cunoaşterii doar principiul continuității este garantul conceperii spațiului ca fiind in(de)finit: *"Trebuie să admitem că (ideea spațiului infinit – I.P.)*

este produsă prin aceea că vedem că acelaşi temei subzistă mereu. Să luăm o linie dreaptă şi s-o prelungim astfel încât să devină dublă ca la început. Este clar că a doua linie, fiind perfect asemănătoare cu prima, poate fi la rândul ei dublată, pentru a produce o a treia, care va fi şi ea asemănătoare cu primele; şi acelaşi temei rămânând permanent, nu este niciodată posibil să se oprească procesul; linia poate fi prelungită la infinit, astfel încât ideea infinitului provine din gândul asemănării sau al identității temeiului, iar originea sa este aceeaşi cu a adevărurilor universale şi necesare".[xxxv]

Infinitul în concepția lui Kant

Conceptele noastre nu pot fi
înțelese decât prin limitele lor.

Leon Rosenfeld

Se consideră, în general, că filosofia lui Kant s-a constituit pe fundalul dihotomiei filosofiilor lui Leibniz şi Hume, omițându-se importanța fundalului, caracteristic de altfel întregii spiritualități europene, conferit de filosofia lui Aristotel. Iar această influență aristotelică se poate foarte bine observa în modalitatea de abordare kantiană a infinitului.

Problema infinitului este cel mai bine sesizată la Kant în cazul Antinomiei raţiunii pure din Dialectica transcendentală. Concepţia lui asupra infinitului este extrem de bine pusă în evidenţă, în cadrul explicaţiei sale asupra antinomiilor. După cum vom vedea, cadrul metafizic în care este pus problema este acelaşi cu cel aristotelian şi leibnizian, numai că semnificaţia infinitului potenţial se mută de pe ontologic, pe gnoseologic, iar opoziţia care primează, nu e cea între infinitul potenţial şi cel actual, ci între infinit şi indefinit (ca noua modalitate de a concepe infinitul potenţial din perspectivă cognitivă).

În momentul în care analizăm argumentaţia kantiană a antinomiilor, observăm că în cadrul ei, intervin patru termeni: finit, indefinit, infinit şi limitat (nelimitat).

„Indefinit înseamnă fără limite. El se referă la toate cantităţile care evoluează, crescând sau scăzând tot timpul. Din el am făcut, un fel de termen de mijloc între finit şi infinit, mai mult decât finitul, prin mişcarea pe care îl dilată, mai puţin decât infinitul, greşeală unei plenitudini unde se odihneşte neîncetata sa devenire. Este acolo, îl vom vedea mereu mai departe, o vedere pură, imaginaţie, adevărul este că indefinitul se opune contradictoriu finitului; îl neagă pur şi simplu, nimic mai mult. Putem deci să spunem că el este finitul ceea ce este nelimitatul limitatului; ceea ce evoluează pentru ceea ce este într-o formă şi circumscriere”.[xxxvi]

Nu vom fi întru totul de acord cu opinia francezului, considerând exagerat de mare apropierea pe care o face între nelimitat şi indefinit, prin faptul că subliniind o mişcare a spiritului, maschează alte procese importante

ale imaginației umane, ci vom sublinia doar intimitatea, ce există între indefinit şi nelimitat. Pe de o parte, cantitatea închisă, de cealaltă parte, cantitatea tot timpul deschisă. Se pare că, contrar uzanțelor, finitul şi indefinitul marchează doi poli şi nicidecum finitul şi infinitul. Infinitul apare mai degrabă drept un termen de mijloc. Trebuie văzută aici una din acele sinteze ciudate, ce renegă rațiunea pură şi unde este preferată întreaga putere mecanică a repetiției şi a asociației, în momentul în care este fortificată de obicei. Despre acelaşi lucru vorbeşte şi H. Poincare: *„Nu ne putem sustrage de la concluzia că, regula raționamentului prin recurență este ireductibilă la principiul contradicției (pentru un număr oricât de mare de silogisme el este valabil), numai în fața infinitului eşuează acest principiu şi tot aici experiența devine neputincioasă. Această regulă inaccesibilă demonstației analitice şi experienței, este veritabilul tip de judecată sintetică a priori […] ea este afirmarea puterii spiritului care se ştie capabil de a concepe repetarea indefinită a unui aceluiaşi act, de îndată ce acesta este posibil o dată. Spiritul are o intuiție directă despre această putere, experiența nefiind pentru spirit decât o ocazie de a se servi de ea şi prin aceasta de a deveni conştient de ea”*[xxxvii].

În câmpul cunoaşterii sensibile, nici o percepție nu are unitate şi nu este completă decât prin cadrul care o schițează şi o prezintă astfel întreagă ochiului. Aceasta este o lege a experienței, lege indispensabilă dacă reflectăm că, fără ea, multiplicitatea finită nu ar fi decât confuzie şi haos. De unde îşi trage puterea această repetiție? Cu spontaneitatea ei irezistibilă, ea schimbă în lege absolută ceea ce nu de decât lege a ceea ce se vede;

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

ea trece de la ceea ce se vede la ceea ce se gândeşte şi uită în această operație oarbă, că cel puțin ceea ce e indefinit îi scapă; pentru că el trebuie să fie fără limite, el nu este satisfăcut decât dacă îl atinge, reclamând pentru el cu titlul de complement necesar repaosul, care e contrar naturii sale şi o plenitudine de a fi care îl distruge. Acesta este infinitul.

Din punct de vedere psihologic, el răspunde unui obicei contractat prin imaginație, din nevoia de a limita şi a circumscrie. *„Este sensibilul care penetrează în rațional, staticul în dinamic, finitul în indefinit. Nu se poate concepe un amestec mai extraordinar, iar ideea infinitului nu se distruge ea însăşi, prin flagranta contradicție a două elemente constituante.*

Pentru cei care întreabă în final, dacă infinitul este indefinitul, trebuie să răspundem că este, pentru că el include, ca şi indefinitul, o multiplicitate indefinită de termeni; şi la cei care se întreabă, pe de altă parte, dacă este finit, trebuie să răspundem fără ezitare, că este de asemenea, pentru că inepuizabilul în infinit, formează un ansamblu închis şi atins.”[xxxviii] Această concepție observăm că se îndepărtează oarecum de analiza kantiană, cel puțin a infinitului mic, potrivit căreia: *„Putem intui un cuantum nedeterminat ca un întreg, dacă este închis în limite, fără a avea nevoie să-i construim totalitatea lui măsurându-l, adică prin sinteza succesivă a părților lui. Căci limitele determină deja totalitatea, tăind ceea ce este în plus.”*[xxxix] Iar *„conceptul de totalitate nu este în acest caz (al antinomiei n.n. P.B.) altceva decât reprezentarea sintezei succesive complete a părților lui, deoarece neputând scoate conceptul din intuiția*

întregului (care în acest caz este imposibilă) nu-l putem sesiza, cel puțin în Idee, decât cu ajutorul sintezei părților împinsă la infinit”.[xl]

Dar urmându-l pe M. Evellin, trebuie să constatăm că infinitul este, în acelaşi timp, nedeterminat şi finit, dar pe de altă parte el nu este şi nici nu poate fi nici unul, nici altul. Cum să fie finit? El întrece toate măsurile! Cum indefinit? El închide ceea ce ar trebuie să rămână tot timpul deschis.

Analizele care preced concluzia sunt simple. „*Ne imaginăm că avem ideea infinitului. Nu o avem şi nimeni nu o are şi nu o va avea niciodată pentru că ea nu are nici un drept la existență”.*[xli] Noțiunea unui cerc pătrat nu este nici mai mult, nici mai puțin incorectă şi contradictorie în termeni, ca cea a unei fără limite care se termină, a unui neatins care poate fi atins.

Trebuia mai mult decât atât, pentru a avea dreptul de a îndepărta a priori şi fără discuție, ca fiind lipsite de deschidere şi chiar de sens atâtea probleme ridicate de către infinit şi care sunt de secole zbuciumul filosofilor? Ce vrem să spunem când concepem atâtea cantități ca timp, spațiu, număr ca fiind infinite sau nu, dacă am demonstrat că termenul infinit nu oferă spiritului nici o idee clară nici o semnificație conceptuală?

Se protestează împotriva unei astfel de opinii şi se caută să se stabilească că aşa-zisul inteligibil este, în realitate, oricât de puțin, singurul apt să aducă lumină asupra unor anumite concepte cantitative.

În privința numerelor ordinale se pare că această problemă nu se pune – puține spirite susțin infinitatea lor. Se dă înapoi, în general, în fața unei ipoteze care va antrena necesitatea absurdă a unui număr ultim şi este clar că nu avem, în acelaşi timp, nici un mijloc de a-i scăpa. Dacă vom refuza admiterea unui număr ultim şi vom încerca să punem infinitatea într-un număr al numerelor care constituie seria, trebuie, dacă seria este închisă şi formează un tot, ca numărul ultim să reapară. Ori o astfel de concepție face să dispară până şi ideea seriei numerice care trebuie, cu riscul de a nu mai fi ea, să rămână neatinsă şi deschisă. Probleme suplimentare apar în momentul în care spațiul şi timpul sunt considerate ca infinite. În această problemă kantiană dintre infinitatea potențială sau infinitatea în devenire şi infinitatea actuală sau completă este foarte importantă şi, în acelaşi timp, foarte asemănătoare cu cea aristotelică; dar doctrina lui Kant despre noțiunea de infinitate actuală (în sensul măririi) diferă considerabil de cea a lui Aristotel. Potrivit lui Aristotel, nu numai că nu există nici un reprezentant al infinității actuale în cadrul experienței senzoriale, ci chiar logic este imposibil să existe. Acest lucru îl găsim în celebra argumentație a Cauzei Prime.

„Kant nu consideră noțiunea de infinitate actuală ca imposibilă din punct de vedere logic. Ea este ceea ce el numeşte o idee a rațiunii, adică o noțiune coerentă din punct de vedere intern, care totuşi, nu se poate aplica experienței senzoriale, deoarece nici un reprezentant al ei nu poate fi nici perceput, nici construit. Opinia lui Kant este că putem construi numărul 2 şi putem percepe două lucruri; că putem construi numărul $10^{10\ 10\ 10}$*, chiar dacă nu suntem în stare să percepem un grup aşa de*

mare de obiecte separate şi că, în fine, noi nu putem nici percepe, nici construi o colecție actuală infinită”[xlii]

Contrastul dintre infinitul actual, care nu poate fi construit, dar care este cu toate acestea trebuincios, şi infinitul potențial care poate fi construit (sau există fiind construit), este deseori subliniat de Kant. În aprecierea matematică şi, deci, constructivă a mărimii *„intelectul este tot atât de bine servit şi satisfăcut, fie că puterea de imaginație alege o unitate, o mărime pe care o putem prinde într-o privire, de exemplu un picior sau o prăjină, sau că alege o milă germană sau chiar un diametru al pământului ...în amândouă cazurile aprecierea logică de mărime merge neîmpiedicată la infinit. Dar mintea – continuă Kant – înăuntrul ei ascultă de glasul rațiunii care cere totalitate ... pentru toate mărimile date ... neexceptând de la acest postulat nici chiar infinitul ... ci impunându-se dimpotrivă în mod inevitabil de a ni-l gândi ... ca dat în întregime (după totalitatea sa)”*[xliii].

Teza nevoii de infinit este susținută şi chiar se impune cu mai multă forță astăzi în varii domenii şi, în special, în matematică. *„În acest domeniu al matematicii (aritmetica n.n. P.B.) ne putem crede foarte departe de analiza infinitezimală, şi totuşi, ideea infinitului matematic joacă deja un rol preponderent, fără ea neputând exista ştiință, pentru că nu ar exista nimic general”*[xliv]

Trecerea de la noțiunea de infinitate potențială, constructivă, la noțiunea de infinitate actuală, neconstructivă este, după părerea lui Kant, principala sursă de confuzie. Acest lucru se observă cu precădere în cazul antinomiilor. Vom urmări clarificarea acestui fapt după

M. Evellin, evidențiind totodată rolul major pe care îl poate juca indefinitul ca fără limite, în soluționarea problemei.

Se observă de la bun început că în problema infinității spațiului, spre deosebire de cea a infinității numărului, intervenția hotărâtă a facultății sensibile, în contra-ponderea rațiunii pure, cu atât mai decisiv cu cât lupta se dă pe terenul celei dintâi, teren întotdeauna mărit de percepțiile sale vizuale. Ştiința modernă, a arătat că nu ne putem limita doar la spațiul ca formă a intuiției, ci trebuie acceptată şi o formă a sa în afara noastră. *„Trebuie să recunoaştem cu smerenie că în timp ce numărul este un produs exclusiv al spiritului nostru, spațiul are realitate şi în afara spiritului nostru, pentru că nu-i putem prescrie toate legile a priori”*[xlv]. Această idee o găsim sugerată şi în unele fragmente postume ale lui Kant

De care iluzie suntem noi înşelați, şi cum, fiind vorba de spațiu, de ce suntem aduşi să afirmăm realitatea infinitului? Când noi vrem să sondăm adâncimea vidului nelimitat care ne cuprinde, ni se pare că noi adăugăm, fără obstacol, ca şi cum mişcarea la care noi cedăm se produce de una singură, distanțele la distanțe, adâncimile la adâncimi. Nimic nu ne poate opri, deoarece ni se pare, cu privire la ținta urmărită, că suma avansurilor noastre este întotdeauna nulă şi că nimic nu este definitiv cucerit. Aşa mergând, noi ne găsim întotdeauna depăşiți de un surplus de spațiu care înconjoară tot restul, gata el însuşi să se lase înfăşurat la rândul său.

De aici se rezultă o afirmație aproape necesară. Dacă într-o asemenea operație procesul gândirii merge

indefinit şi, pe de altă parte, spațiul devansează în mod necesar şi îl depăşeşte întotdeauna, rezultă că spațiul nu poate fi cucerit decât sub forma unui infinit riguros.

Astfel vorbeşte imaginația. Să ascultăm acum rațiunea pură. Ce va observa ea, o porțiune de înțelegere pură, în afara determinațiilor care fac spiritul să se mişte. Spiritul o măsoară singur, îi concepe distanțele, îi trasează limitele, îi dă o formă. De acolo şi în spațiul gol, nimic nu mai rămâne de care observația intelectuală să se poată prinde, este vidul fără urmă de cantitate sau acțiune, este adâncimea absolută, este purul nimic.

Ce se petrece, acum în timp, ce aflată într-o etapă a operației pe care tocmai am descris-o, spiritul stăpân pe o porțiune, mult mai îndepărtată, ce pare şi mai adâncă? Cum aceasta din urmă nu are şi nici nu poate avea realitate decât prin spirit, ea nu este şi nu trebuie să fie decât sentimentul spiritului că posedă obscur, dar pozitiv, puterea de a o crea din toate piesele, aşa cum a creat-o şi pe precedenta; şi dacă generalizăm această explicație, observăm că înțelesul ce pare să se umfle şi să se dilate fără sfârşit nu este altceva decât spiritul însuşi, având de fiecare dată când imaginează, conştiința puterii fără obstacol, imaginând din nou şi întotdeauna.

Noi suntem deci, în timp ce vorbim de o înțelegere care se desfăşoară de una singură, păcăliți de o iluzie, analoagă aceleia care se petrece în percepția sensibilă, în timp ce noi vedem, adorate în ele însele obiectele asupra cărora ne etalăm noi înşine culorile.

Înțelegerea pură nu va fi, în realitate, ea însăşi cea care să se extindă, noi suntem cei care extindem

protejând în afară de noi determinațiile care, singure pot să-i împrumute o formă şi să o facă sensibilă ochilor.

În acest progres fără limită, spiritul nu este depăşit decât de el însuşi sau, pentru a spune mai bine, actul său în fiecare moment nu este depăşit decât de puterea sa, ceea ce îl face ca prin gândirea sa să se poată, prin voința sa să se refacă.

Mai găsim în aceasta, ceea ce ar putea să fondeze infinitul actual? Să presupunem că luăm în serios mirajul înțelegerii fără limite. Problema va reapare întotdeauna inevitabil. Pascal declară spațiul infinit, el îşi imaginează cel puțin că este aşa, dar se pare că se înşeală. Nu îl compara el cu o sferă a cărei centru este pretutindeni şi circumferința nicăieri? Aici este el însuşi păcălit de cuvinte şi vorbind de infinit, el nu ne arată decât indefinitul. Ce este această circumferință mobilă, fără încetare mărită şi care nu va întâlni în mişcarea sa de expansiune nici un obstacol şi nici un punct de oprire.

Infinitul actual, infinitul finit (terminat) nu va fi acomodat cu un asemenea simbol. Va trebui să ni-l reprezentăm sub forma unei sfere înfăşurătoare care va depăşi suma tuturor sferelor succesiv mărite şi dilatate pe care spiritul le poate concepe.

Dar aceasta este ceva care, într-adevăr, nu se poate înțelege. Se obiectează că spațiul total este infinit, pentru că el depăşeşte întregul progres şi furnizează pe deasupra un plus de măreție. Iluzia este întotdeauna aceeaşi, spațiul depăşeşte întreg progresul dat, îi furnizează toate adăugirile determinate şi pozitive, dar el nu va fi depăşit de suma, inimaginabilă de altfel, a tuturor

progreselor şi a tuturor adăugirilor posibile, şi aceasta pentru rațiune de o sută de ori invocată, că asemenea suma înainte de a fi depăşită trebuie mai întâi făcută şi noi nu avem nici o posibilitate să o facem.

Spațiul, insistând, nu pare a fi in rezervor inepuizabil de măreție? Fără îndoială, dar el nu pare aşa cu precizie, pentru că el poate întotdeauna să se mărească.

Imposibilitatea spațiului de a se încadra pe sine însuşi este un adevăr incontestabil, contestat încă în ziua de azi. Spațiul conceput ca un tot apare ca o contradicție în termeni: este suma părților reale sau posibile, care multiplicitatea lor indefinită şi mişcătoare nu va fi niciodată o sumă.

De asemenea s-a gândit, în timp ce se susținea teza infinitului să se plaseze dintr-o dată în totul, această unitate relativă, căreia îi seamănă ca spiritul prim, în cele mai esențiale tendințe subiective pe care nu le poate depăşi. Putem spune dinainte şi a priori că totul spațial există şi, cum suma părților sale nu se poate atinge, el le precede. Ele sunt acum ceea ce ele pot să fie, în cantitate finită sau infinită, contează mai puțin. obstacolul este trecut. El va fi în consecință, dacă totul despre care se vorbeşte are un sens net inteligibil, dar un tot fără părți nu este mai puțin dificil de înțeles (conceput) decât un indefinit care se termină, şi expedientul imaginat pentru a salva teza nu pare câtuşi de puțin mai contradictoriu decât teza care se vrea salvată. Se poate, fără îndoială, să introducem în mod arbitrar şi din afară, părțile într-un tot deja format; dar aceste părți, importate, lui îi rămân întotdeauna străine; din contra, părțile pe care el le

posedă şi care îl constituie nu-i vor lipsi niciodată, pentru că el face corp comun cu ele şi nu este înţeles decât prin ele.

În fond, ceea ce se urmăreşte, dintr-un punct de vedere în totalitate subiectiv şi idealist, este unitatea absolută de spaţiu. Părţile sale dispărând, nu mai rămâne locul lor decât actul spiritual şi perfect în care se cuprinde posibilitatea. Şi ne-am putea permite să spunem că un astfel de spaţiu nu mai este cunoscut (conceput), ci fixat. Să observăm că spaţiul, aşa cum ne apare, nu comportă diviziuni efective: nouă ne ajunge ca el să fie divizibil. Cine poate contesta că înţelegerea ar fi cea mai bună, dacă nu unică raţiune a divizibilităţii şi în acest caz, cum să se treacă la părţi? Se vrea totuşi să se excludă? Totul spaţial devine absolut unul şi ea se reduce la un punct. Cum putem noi acum să-l extindem şi cărei facultăţi a inteligenţei ar fi rezonabil să-i propunem să importe indivizibilul în sine, nu diviziunea reală, ci simpla posibilitate de diviziune?

S-ar părea că putem concluziona că, în cantitatea abstractă în care e vorba de număr, de timp sau de spaţiu pure, legea indefinitului domneşte singură, iar infinitul actual nu apare nicăieri. Cu toate acestea, în cazul lui Kant se cere o înţelegere mai subtilă a textului. Se pare că totuşi acum (în cazul analizei metafizice a spaţiului) el nu confundă, cum a făcut adesea, infinitul cu indefinitul. *„Atunci când vorbiţi despre o mărime indefinită, vorbiţi de o mărime căreia nu-i puteţi concepe limitele; aş zice, mai bine, o mărime care implică contradicţie atunci când vreţi să-i concepeţi limitele. O mărime este indefinită pentru voi când nu puteţi să-i fixaţi limitele, dar nu*

pentru că nu există într-adevăr, ci pentru că voi nu le puteți concepe. Geometrii sunt familiarizați cu această distincție şi ea este în metafizică de o importanță mai înaltă". Ori mărimea pe care Kant o atribuie spațiului, este o mărime infinită şi nu indefinită. În plus el nu confundă infinitul real cu ceea ce putem numi infinitul reprezentării. Să luăm un exemplu pentru a putea înțelege gândirea lui Kant: „albeața reprezintă calitatea de a fi alb în toate obiectele posibile, ea este deci o reprezentare infinită. Dar nu este un infinit real, ca cel al spațiului. Spațiul nu este infinit pentru că îl putem aplica aproape fără sfârşit şi că reprezintă o calitate a unui număr nelimitat de corpuri, ci pentru că toate corpurile posibile sunt închise în interiorul său. Şi aceasta pentru că spațiul este un infinit real şi nu un infinit al reprezentării unei idei pe care o avem, nu poate fi o idee generală ca albeața ci e o intuiție a priori"[xlvi].

Prin urmare, spațiul şi timpul ca forme ale intuiției pure sunt reprezentate ca infinite. „Spațiul este reprezentat ca o mărime infinită dată". Numai că aici intervine o problemă, şi anume, ne trezim în fața unui cerc vicios. Noi nu putem să ne „reprezentăm" o mărime infinită, pentru că „părțile însele şi orice mărime a unui obiect pot fi reprezentate numai prin limitare". De aceea nu poate fi vorba de reprezentare, ci mai mult de o „considerare" a spațiului ca fiind infinit. *„Trebuie să gândim, ce-i drept, orice concept ca o reprezentare care e conținută într-o mulțime infinită de diferite reprezentări posibile (ca nota lor comună), prin urmare le cuprinde sub sine; dar nici un concept, ca atare, nu poate fi gândit astfel ca şi când ar conține în sine o mulțime infinită de reprezentări. Cu toate acestea, spațiul e gândit (s. n.) în*

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

acest fel (căci toate părţile spaţiului sunt simultane în infinit)"[xlvii] De unde ar rezulta că reprezentarea originară de spaţiu este intuiţie a priori şi nu concept. Cu alte cuvinte, eu consider spaţiul ca fiind anterior experienţei şi fiind dat ca infinit (formă a intuiţiei a priori), de unde deduc imposibilitatea sa de a fi concept discursiv, şi îmi rezulta de aici că spaţiul este intuiţie pură. Aici Kant face aceeaşi eroare ca şi, mai târziu Cantor când va dori să argumenteze existenţa mulţimilor nenumărabile, considerând o formă a infinitului actual ca dată, fără a vedea mai înainte dacă acest lucru este posibil. Spaţiul ca formă a intuiţiei rămâne deocamdată un postulat metafizic nedemostrat, deoarece încercarea sa de argumentare merge în cerc.

În ceea ce priveşte infinitatea universului (în timp şi spaţiu), pentru Kant aceasta este o problemă indecidabilă. Din concepţia lui asupra cunoaşterii umane „eu nu am niciodată universul decât în concept, iar *nicidecum (ca un tot) în intuiţie. Deci nu pot conchide de la mărime lui la mărimea regresiei şi să o determin pe această din urmă în funcţie de cea dintâi, ci trebuie să-mi fac mai întâi un concept despre mărime lumii prin mărime regresiei empirice"*[xlviii]. Dar eu posed doar o regulă, care îmi spune doar cum să continui regresia în seria fenomenelor pentru a găsi conceptul despre mărimea ei, ceea ce nu implică, cum am văzut şi la Aristotel, existenţa vreunui ultim pas, sau a unei limite. *„Dar această regulă nu spune mai mult decât că, oricât de departe am fi ajuns în seria condiţiilor empirice, nu trebuie să admitem nicăieri o limită absolută, ci să subordonăm fiecare fenomen ca fiind condiţionat unui alt fenomen, ca fiind condiţia lui, că trebuie să înaintăm mai*

departe spre aceasta, ceea ce înseamnă regressus in indefinitum care, fiindcă nu determină vreo mărime în obiect, se distinge destul de clar de regressus in infinitum"[xlix].

În ceea ce priveşte infinitul mic, poziția kantiană se apropie mai mult de cea aristotelică. Aceasta rezultă, în special, din modul în care concepe Kant calculul infinitezimal. Matematica aşa cum este fundamentată în Critica Rațiunii Pure este matematica elementară şi geometria. „*Fundamentarea acestuia (a calculului infinitezimal n. n.) va fi considerată în contextul „construirii" conceptului de „materie" ca obiect al fizicii, deci al justificării posibilității şi valorii fizicii matematice*"[l]. Infinitezimalii vor fi considerați ca mărimi intensive, intrând sub incidența celui de-al doilea principiu al intelectului pur Anticipațiile percepție: *„În toate fenomenele realul, care este un obiect al senzației, are mărime intensivă, adică un grad", spre deosebire de matematica elementară care cade sub incidența primului principiu Axiomele intuiției - Toate intuițiile sunt mărimi extensive. Mărimile extensive sunt cele „în care reprezentarea părților face posibilă reprezentarea întregului (şi deci o precede în mod necesar)"*[li], pe când mărimea intensivă este cea care „nu poate fi aprehendată decât ca unitate şi în care pluralitatea nu poate fi reprezentată decât prin apropiere de negație =0"[lii]. Mărimile extensive care stau la baza matematicii elementare, pe când cele intensive justifică calcului infinitezimal. *„Justificarea conceptelor Calculului nu se va reduce la reprezentarea obiectului ce corespunde conceptului de intuiție, considerând aşadar exclusiv relația simplă gândire pură – intuiție a priori, ci*

presupune justificarea posibilității realului (naturii)ca obiect al cunoaşterii”[liii]. Întemeierea calculului are aproape aceeaşi rigoare ca şi cea matematicii elementare (bazată pe intuițiile de spațiu şi timp), deoarece *”toate senzațiile nu sunt deci date, ca atare, decât, a posteriori, dar proprietatea lor de a avea un grad poate fi cunoscută a priori”*[liv]. Numai că fundamentul lui trebuie corelat şi cu ”cunoaşterea empirică” de „construcția conceptului de materie”: *„Diviziunea infinită nu desemnează decât fenomenul ca un quantum continuum şi este inseparabilă de ceea ce umple spațiul, căci tocmai în ceea ce umple spațiul se află principiul divizibilității infinite”*[lv].

Revenind la infinitul mic, pentru Aristotel *„după diviziune există infinit, pentru că şi infinitul, întocmai ca materia, este cuprins înlăuntrul unui lucru, în timp ce forma este cea care cuprinde”*[lvi]. Pentru Kant *„când divid un tot care este dat în intuiție merg de la un condiționat la condițiile posibilității lui. Diviziunea părților (subdivisio sau decompositio) este o regresie în seria acestor condiții. Totalitatea absolută a cestei serii n-ar fi dată decât atunci când regresia ar putea ajunge la părțile simple. Dar dacă toate părțile sunt la rândul lor iarăşi divizibile într-o descompunere care se continuă mereu, atunci diviziunea, adică regresia, merge in infinitum de la condiționat la condițiile lui; cum condițiile (părțile) sunt conținute în condiționatul însuşi şi cum acesta este de asemenea dat întreg într-o intuiție închisă între limitele lui, ele sunt de asemenea date toate o dată cu el. deci regresia nu trebuie numită numai o regresie in indefinitum, singurul lucru pe care îl permitea Ideea cosmologică anterioară, căci trebuia ca eu să înaintez de la condiționat la condițiile lui, care erau date*

în afara lui, prin urmare nu o dată cu el, ci se adăugau abia în regresia empirică”[lvii]. Dar de aici nu se poate concluziona că respectivul corp ar fi consta din infinit de multe părți, pentru că intuiția întregului deşi conține toate părțile în el, le conține ca agregate, „şi nu întreaga serie a diviziunii, care este infinită succesiv şi niciodată întreagă”. Această argumentare a diviziunii in infinitum (nu ad infinitum), este susținută de Kant prin două argumente. În primul rând *„divizibilitatea acestui corp se fundează pe divizibilitatea spațiului, care constituie posibilitatea corpului ca un tot întins”*[lviii]. Şi prin urmare, aceloraşi proprietăți, postulate, ale spațiului, care este „divizibil la infinit, fără să constea totuşi din părți infinit de multe”, trebuie să li se subordoneze şi divizibilitatea corpului. În al doilea rând divizibilitatea în infinit este garantată de caracterul substanțial pe care Kant îl atribuie fenomenelor. Ca şi concept pur al intelectului substanța[lix] nu permite suprimarea oricărei compoziții, „dar cu ceea ce se numeşte substanță în fenomen *lucrurile nu stau aşa cum le-am gândi despre un lucru în sine, printr-un concept pur al intelectului. Această substanță nu este subiect absolut, ci imagine permanentă a sensibilității şi nimic decât intuiție”*[lx]. De aceea în acest caz este funcționează, după cum am văzut, al doilea principiu al intelectului pur. De unde rezultă că această diviziune în infinit nu este valabil decât atunci când considerăm fenomenul ca un quantum continuum, legat în acelaşi timp de materia sensibilă, pentru că *„îndată ce admitem ceva ca quantum discretum, mulțimea unităților lui este determinată, prin urmare ea este totdeauna egală cu un număr”*[lxi].

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

Ca şi la Aristotel, în ceea ce priveşte infinitului mic (în particular divizibilitatea), la Kant, întâlnim aceeaşi încercare de întemeiere a unui infinit care, deşi nu este potențial, nu este terminat. Infinit care până la urmă nu se desprinde hotărât de acesta din urmă. *„Infinitatea diviziunii unui fenomen dat în spațiu se fundează numai pe aceea că prin ea este dată numai divizibilitatea, adică o mulțime de părți absolut nedeterminată în sine, pe când părțile însele sunt date şi sunt determinate numai prin subdiviziune, într-un cuvânt că întregul nu este deja divizat în sine”*[lxii]. Semnificația gnoseologică pe care o dă Kant „nedeterminării în sine” nu este suficientă să clarifice infinitul, care rămâne încă într-o lumină crepusculară.

Dacă în perioada evului mediu problema infinitului a fost acaparată de teologie, în posteritatea kantiană ea va fi preluată aproape în totalitate de către matematică. Programele de fundare a matematicii sau izbit serios de această problemă şi prin urmare, eforturile de a soluționa această stare de lucruri sau concentrat, în special, în această direcție. Datorită specificului matematicii, cele mai mari dificultăți le ridică infinitul actual, de unde şi conturarea principalelor direcții în fundarea matematică: *“Față de întrebuințarea conceptului de infinitate actuală s-au luat în general trei atitudini filosofice care ar putea fi numite respectiv finitism, transfinitism şi transfinitism metodologic. Finitiştii ca Aristotel, Gauss şi intuiționiştii mai vechi şi cei noi tăgăduiesc orice conținut “real” şi chiar orice “inteligibilitate” noțiunilor matematice care nu sunt caracteristice fie agregatelor finite, fie cel mult agregatelor infinite potențial, adică acele agregate care cresc, dar niciodată nu se termină.*

(Aceia dintre ei care nu admit nici chiar concepția agregatelor infinite potențial ar putea fi numiți "finitişti stricți"). Transfinitiştii ca G. Cantor şi urmaşii săi atribuie aceeaşi realitate şi inteligibilitate conceptelor transfinite ca şi celor finite. Transfinitiştii metodologici, în special Hilbert, admit conceptele transfinite în teoriile mate-matice, fără să le acorde un statut "ontologic" complet. Ele sunt admise pentru că sunt utile în scopul simpli-ficării şi unificării teoriilor matematice"[lxiii].

De asemenea raportul dintre infinitatea actuală şi cea potențială poate fi lesne urmărit în cele trei domenii: intuiționism, logicism şi formalism.

Logicismul

Numerele întregi au fost create de Dumnezeu, tot restul este opera oamenilor

L. Kronecker

Putem spune că, după Kant, până la Cantor nu s-a mai produs nici o schimbare, nici la nivelul concepției metafizice nici matematice, în ceea ce priveşte tratarea infinitului, chiar dacă problemele ridicate de acest concept au mai preocupat mințile gânditorilor (vezi, de exemplu lucrarea Paradoxele infinitului, apărută post mortem a lui Bernard Bolzano). Cantor este considerat

primul matematician care a analizat riguros problema infinitului [lxiv]. Deschiderea pe care a dat-o Cantor matematicii infinitului a fost adesea comparată cu cea pe care cosmologia a primit-o în Renaştere; de aceea am putea reda-o parafrazând titlul cunoscutei lucrări a lui Koyré dedicată evoluţiei cosmologiei: de la o lume matematic închisă la un univers infinit"[lxv].

În demersul său Cantor a plecat de al analiza mulţimilor, mai exact de la mărimea unei mulţimi. Pentru o mulţime finită mărimea ei este dată de numărul de elemente ale mulţimii. Dar ce se poate spune despre mărimea unei mulţimi care este infinită. Până la el se considera că mulţimea este infinită şi atât. Pentru a putea compara mărimea unei mulţimi se foloseşte noţiunea de echivalenţă. Dacă două mulţimi pot fi puse în corespondenţă biunivocă, adică fiecărui element al unei mulţimi să-i corespundă un sigur element şi numai unul din cealaltă mulţime, atunci cele două mulţimi sunt echivalente. Interesul lui Cantor era să dezvolte o aritmetică a infiniţilor. Pentru aceasta era nevoie să găsească o modalitate de a extinde noţiune de echivalenţă la mulţimile infinite. Până la el acestea nu se puteau compara.

Numai că mulţimile infinite au o proprietate, care a fost sesizată încă de Bolzano. *„Eu afirm că două mulţimi care sunt amândouă infinite pot fi una faţă de alta într-un astfel de raport, încât pe de o parte este posibil ca orice lucru care aparţine unei mulţimi să fie unit într-o pereche cu un lucru care aparţine celeilalte, astfel încât să rezulte că nici un lucru din cele două mulţimi nu rămâne neîmperecheat şi nici un lucru nu apare în două sau mai multe perechi; pe de altă parte*

este totuşi posibil ca una din aceste mulțimi să cuprindă în sine pe cealaltă ca pe o simplă parte, aşa încât multiplicitățile pe care ele le reprezintă, dacă noi considerăm toate lucrurile din ele ca fiind egale, adică drept unități, să aibă între ele cele mai variate rapoarte"[lxvi]. Ceea ce înseamnă că o mulțime infinită este cea echivalentă cu o submulțime a sa.

Rezultatele obținute în domeniul aritmeticii mulțimilor infinite contrazic flagrant simțul comun. De unde şi reacția lui C. F.Gauss *„... eu protestez mai întâi de toate împotriva folosirii unei mărimi infinite ca o mărime terminată (vollendet), folosire care nu este niciodată permisă în matematică"*[lxvii]. Cantor a demonstrat că mulțimea numerelor raționale este echivalentă cu mulțimea întregilor, fiind ambele mulțimi numărabile ca şi mulțimea numerelor naturale. El a arătat de asemenea că există şi mulțimi nenumărabile, sau supernumerabile, cum ar fi mulțimea numerelor reale (care ar corespunde mulțimii tuturor punctelor de pe o dreaptă). El realizează această demonstrație prin procedeul devenit celebru, al diagonalei. Să presupunem că toate numerele reale sunt scrise într-un şir numărabil unele sub altele astfel:

n_1, a_{11} a_{12} a_{13} …

n_2, a_{21} a_{22} a_{23} …

n_3, a_{31} a_{32} a_{33} …

(unde a_{ik} sunt cifre de la 0 la 9)

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

Cantor arată că noi putem forma un nou număr, care are prima cifră de după virgulă, prima cifră de după virgulă a primului număr - a_{11}, a doua cifră de după virgulă a noului număr, va fi a doua cifră de după virgulă a celui de-al doilea număr - a_{22} ş. a. m. d. Este evident că noul număr va fi diferit de toate celelalte: de primul număr prin prima cifră de după virgulă, de al doilea prin a doua cifră de după virgulă,…, de al n-lea prin a n-a cifră de după virgulă. De unde rezultă că presupunerea făcută, că şirul conține toate numerele reale, este falsă, pentru că a fost găsit unul care nu era în şir.

„Această remarcabilă demonstrație are … un caracter indirect şi « dialectic ». Cu toate aparențele contrarii, ea nu are un caracter constructiv. Cu ajutorul procedeului diagonal al lui Cantor nu putem produce în mod « efectiv » o mulțime nenumărabilă de numere reale în forma unor fracții zecimale … Argumentația are în întregime un caracter pur negativ şi are, fără îndoială, ceva paradoxal în sine, deşi nu (pare n. n.) conține nici o contradicție”[lxviii].

Caracterul dialectic al demonstrației este evident, la fel ca şi cel necritic. La baza ei se află două supoziții neanalizate. În primul rând posibilitatea de a „da” o mulțime infinită. A da o mulțime infinită înseamnă a o considera ca actuală, terminată realizată, fapt care nu se poate realiza decât „în principiu”. Este tocmai problema pe care o ridica Gauss. În al doilea rând forma negativă a demonstrației implică valabilitatea necondiționată a terțului exclus. Ori este cel puțin problematic dacă legile logice, şi în special terțul exclus, se aplică cu aceeaşi justificare şi în cazul mulțimilor actual infinite. Aşa cum

vom vedea dacă Hilbert va considera că *„legea terțului exclus aplicat la infinități actuale este, pentru el, o lege formală fără corespondent logic (inhaltlich), întocmai cum conceptul de agregat transfinit este numai un concept formal”*[lxix], Brower va merge mai departe şi va arăta că chiar şi logica lui Hilbert conține de fapt acest principiu, în mod implicit. *„Justificarea logică (inhaltliche) a matematicii formale, printr-o demon-strație a coerenței sale, conține un circulus vitiosus, deoarece chiar această justificare presupune deja corectitudinea logică (inhaltliche) a propoziției: corec-titudinea unei propoziții decurge din coerența sa, adică ea presupune corectitudinea logică (inhaltliche) a terțului exclus”*[lxx].

Poate reacțiile nu ar fi fost atât de vehemente şi paradisul cantorian ar fi rămas şi astăzi, ca o mărturie a libertății nelimitate a spiritului (matematic) uman, dacă demonul contradicțiilor nu ar fi ieşit la iveală. *„Matematica este complet liberă în dezvoltarea sa şi legată tocmai de grija – de la sine înțeleasă – ca toate conceptele ei să fie pe de o parte necontradictorii în sine, iar pe de altă parte să se afle în relații ferme, ordonate prin definiții față de conceptele formate mai înainte, deja existente şi verificate”*[lxxi]. Numai că „aritmetica infinitului” nu reuşeşte să fie liberă de contradicție (de exemplu, paradoxul clasei tuturor numerelor cardinale, clasă a cărei existență nu este interzisă de teoria cantoriană, intră în contradicție cu teorema conform căreia nu exist nici un număr cardinal maxim).

Dincolo de toate acestea, încercarea lui Cantor de a edifica o nou paradigmă a infinitului este extrem de ilustrativă în ceea ce priveşte problemele pe care le ridică

acest concept. Cantor a încercat să rupă cu o întreagă tradiție, în ceea ce priveşte viziunea asupra infinitului, şi să propună o nouă modalitate de a chestiona infinitatea.

Cantor distinge două sensuri în care se poate vorbi de realitatea sau existența numerelor, fie ele finite sau infinite. În primul sens este vorba despre o realitate intrasubiectivă sau imanentă, *„…putem privi numerele întregi ca reale în măsura în care ele ocupă în intelectul nostru un loc precis determinat pe baza definițiilor, deosebindu-se cel mai bine de toate celelalte componente ale gândirii noastre, aflându-se în anumite relații față de ele şi modificând deci substanța spiritului nostru într-un anumit mod”*[lxxii]. În al doilea sens, se poate vorbi de realitatea transsubiectivă sau transientă a lor, realitate care se poate atribui numerelor *„în măsura în care ele trebuie să fie considerate ca expresie sau ca imagine a proceselor şi a relațiilor din lumea exterioară opusă intelectului şi, mai departe, în măsura în care diferitele clase de numere (I),(II),(III) etc. sunt reprezentanți ai puterilor, care apar de fapt în natura materială şi spirituală”*[lxxiii]. Se poate observa uşor „realismul” cantorian. Numerele nu au numai realitate intra-subiectivă, ca fiind modificări ale substanței spiritulului nostru, ci în acelaşi timp sunt şi reprezentante ale puterilor ce apar în natura materială. Cele două realități ale numerelor sunt indisolubil legate entitățile mate-matice neputând avea numai existență empirică sau ideală. *„Baza considerațiilor mele fiind absolut realistă, dar totodată nu mai puțin idealist, nu am nici o îndoială că ambele feluri de realități se găsesc totdeauna împreună, în sensul că un concept care trebuie considerat ca existent în prima privință posedă totdeauna o realitate transientă în*

anumite privințe”[lxxiv]. Numai că G. Cantor, se mulțumeşte să-şi afirme încrederea în realitatea transientă acestor concepte, lăsând în seama altor ştiințe, sau a generațiilor viitoare sarcina de a demonstra această realitate: *„realitate a cărei stabilire aparține, desigur, celor mai penibile şi mai dificile probleme de metafizică şi adesea trebuie lăsată epocilor în care evoluția naturală a uneia din celelalte ştiințe dezvăluie semnificația transientă a conceptului în discuție”*[lxxv]. Din păcate până acum descoperire sa a fost confirmată numai în matematică, unde s-a dovedit utilă în rezolvarea unor probleme pentru care nu fusese intenționat creată, nu şi în „celelalte ştiințe”.

Exemplul său pentru infinitul propriu-zis, în opoziție cu infinitul impropriu, îl constituie acel infinit care are „acelaşi caracter de determinare pe care-l întâlnim la punctul infinit depărtat din teoria funcțiilor analitice”. (Teoria funcțiilor permite analiza comportării funcției în apropierea unui punct infinit depărtat, la fel ca în apropierea oricărui alt punct, putând astfel să gândim „infinitul în acest caz ca deplasat într-un punct cu totul determinat”). Deşi nu neagă foloasele pe care le aduce matematicii infinitul impropriu, ba din contra: „infinitul impropriu a fost numit adesea de către filosofii moderni infinitul „rău”, după părerea mea pe nedrept, căci în matematică şi în ştiințele naturii el s-a dovedit un instrument foarte bun, extrem de folositor” el nu îl consideră un adevărat infinit, ci doar o extindere a finitului: *„el apare (…) în semnificația unei cantități variabile, fie crescătoare peste orice limită, fie descrescătoare devenind oricât de mică, dar totdeauna rămănând finită”*[lxxvi].

Ce este interesant la Cantor este faptul că analiza pe care o face el infinitului nu prinde decât infinitul „numeric”, cel al şirurilor de numere ce pot fi infinit de mari, pe când infinitul mic nu poate avea decât o existenţă improprie. *„Mărimile infinit mici, după câte ştiu, au fost elaborate cu folos până acum în genere numai în forma infinitului impropriu şi sunt susceptibile ca atare de toate acele variaţii, modificări şi relaţii utilizate atât în analiza infinitezimală, cât şi în teoria funcţiilor, căpătând o expresie pentru a fundamenta tezaurul de adevăruri analitice din aceste discipline. Dimpotrivă, toate încercările de a constrânge acest infinit mic să devină un infinit propriu-zis ar trebui să fie abandonate până la sfârşit ca lipsite de sens. Dacă pe de altă parte există, cantităţi infinit mici propriu-zise, adică definibile, ele nu se află, desigur, în directă legătură cu cantităţile obişnuite care devin infinit mici”*[lxxvii].

Finitudinea intelectului care ar nu ar permite conceperea de numere infinitei se pare lui Cantor de nesusţinut. „trebuie să atribuim şi intelectului uman predicatul „infinit” în anumite privinţe”, tocmai pentru că a putut concepe teoria numerelor transfinite. Ba mai mult *„intelectul uman are o predispoziţie nemărginită pentru formarea etajată de clase întregi de numere care se află faţă de modurile infinite într-o anumită relaţie şi ale căror puteri sunt de o tărie crescătoare”*[lxxviii]. Numai că ce se observă este faptul că, în ciuda intenţiilor lui Cantor, aici este surprins, dintr-o altă perspectivă, acel infinit potenţial, acel indefinit care este, într-adevăr, specific gândirii umane. Nu mai merg ad infinitum, de-a lungul unui şir, ci urc, ad infinitum pe succesiunea mulţimilor de putere din ce în ce mai mare. *„În felul*

acesta revenim însă la infinitul potențial, pe un plan cu totul diferit: succesiunea fără sfârşit a mulțimilor de puteri mereu crescânde constituie o infinitate în potență, deşi elementele ce o alcătuiesc sunt toate, considerate în mod separat, mulțimi actual infinite. Noua succesiune dispune, în esență, de aceeaşi structură ca şi succesiunea numerelor naturale în concepția pre-cantoriană"[lxxix].

Matematica transfinită „naivă" creată de Cantor a fost încorporată în programul din Principia Mathematica în cadrul tentativei logiciste de a reduce matematica la logică. Prin urmare teoria logicistă acceptă infinitățile actuale atât numărabile cât şi nenumărabile. Numai că infinităților actuale cantoriene au fost folosite în mod necritic. Grandoarea proiectului din Principia Mathematica a făcut ca diferența dintre propozițiile empirice şi cele matematice să fie considerată până la urmă doar ca o diferență pragmatică, (într-un mod similar ca la Cantor, care încerca să întemeieze „realitatea" noilor concepte, prin aplicarea lor la experiență) de unde şi dificultățile în realizarea sa. Cum era şi normal, paradoxurile care au afectat teoria lui Cantor au lovit implicit şi programul logicist. Iar soluțiile ad-hoc propuse, pentru a le soluționa nu pot da socoteală de adevăratele implicații ale paradoxurilor şi demonstrează că în adevăr nu avem de-a face cu o reală teorie asupra infinitului. *„Dacă un concept, cum este conceptul de totalități actual infinite date de număr cardinal diferit, poate fi făcut inofensiv numai prin remedii ad-hoc, şi numai provizoriu, am putea adopta atunci față de acest concept oricare din diferitele atitudini filosofice"*[lxxx]. *„Logicismul (Frege, Russell, Whitehead, Quine, Carnap), în cadrul proiectului său de unificare a logicii cu matematica, încerca să*

evite contradicțiile logice ce apăreau prin folosirea necritică a infinităților actuale apelând la <<soluții axiomatice>>, la remedii nefundate pe o diagnosticare a cauzei lor”[lxxxi].

Concepția logicistă despre geometrie constă în aritmerizarea geometriei, de unde şi importanța ei deosebită pentru problema infinitului, în special cea a infinitului mic, sub forma continuului. În cadrul acestei viziuni asupra geometriei conceptele geometrice sunt reprezentate prin clase ordonate, exemplificările lor prin elementele claselor, iar relațiile între conceptele geometrice prin relații între numere. Respingerea de către vechii greci a infinităților actuale este considerată ca fiind principala cauză ce a împiedicat să unifice geometria şi aritmetica, cum o vor face Descartes şi Leibniz.

Problemele programului logicist, în ceea ce priveşte infinitul, sunt pretabile la două direcții diferite de soluționare, direcții ilustrate de intuiționismul formalismul hilbertian şi browerian.

Potrivit primei direcții trebuie să înlocuim conceptul problematic, insuficient analizat, necritic de infinit cu unul mai potrivit. Trebuie stabilită o legătură clară între propozițiile teoriei matematice şi obiectele perceptibile sau construibile, precum şi cu operațiile perceptibile asupra acestor obiecte. *„Temeiul rezidă în teza că propozițiile care descriu percepții reale sau posibile nu pot fi niciodată contradictorii unele față de altele. Aceşti filosofi şi matematicieni îşi propun să în locuiască conceptele «neconstructive» ale teoriilor naïve şi logiciste prin concepte «constructive». Un asemenea*

țel este deosebit de important pentru matematica numerelor reale, care în matematica clasică sunt definite în mod neconstructiv, prin folosirea termi-nologiei claselor actual infinite (de exemplu, fracțiile zecimale infinite, considerate oarecum complet «consemnate» sau, dimpotrivă, desfăşurate)”[lxxxii].

După cum vom vedea pentru Hilbert infinitul nu va mai reprezenta decât „un operator epistemologic”, ce are rolul de condiție de existență ale conceptelor, de a permite transmutarea experiențelor finite în concepte şi apoi de a înainta pe trepte tot mai nalte de abstractizare. Infinitul reintră astfel, în categoria obiectelor ideale, cu rol în simplificare şi unificarea metodelor matematice. *„Scopul principal al programului lui Hilbert îl reprezintă fundamentarea introducerii idealizărilor (în special a conceptului de infinit actual) în matematică, şi nu necontradicția acesteia în sine, iar justificarea acestei introduceri se înfăptuieşte prin demonstrarea faptului că ele nu aduc nimic esențial nou (ca urmare nu pot genera contradicții), că pot fi eliminate din întreaga teorie păstrând echivalența rezultatelor în domeniul real al matematicii”*[lxxxiii].

Potrivit celei de-a doua direcții singura cauză a apariției paradoxelor este utilizarea infinitul actual şi de aceea el trebuie eliminat din matematică alături de formele de raționament extinse la mulțimi infinite, cum ar fi dubla negație şi terțul exclus. *„Pentru intuiționist, matematica este construcția de entități în intuiția pură, nu promisiunea unei astfel de construcții, nici investigația asupra posibilității ei logice”*[lxxxiv]. De aceea intuiționistul nici nu are nevoie de teoreme de existență.

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

Pentru el „existența matematică” este acelaşi lucru cu „constructibilitatea efectivă”. Pentru că a fi constructibil înseamnă a fi finit, colecțiile infinite actuale nu au ce căuta în domeniul matematic. În locul infinitului actual intuiționismul matematic nu acceptă decât infinitățile potențial infinite, singurele pe măsura intuiției finite a omului. Deosebire care se va reflecta atât în concepția despre algebră, cât şi în cea despre geometrie. Dacă pentru logicist mulțimea tuturor numerelor reale există, pentru intuiționist ea nu există decât ca o mulțime „mereu în formare dar niciodată formată”. De aceea, dacă logicistul nu vede nici o problemă în a aritmetiza toată geometria cu ajutorul conceptului de număr real, linia fiind totalitatea punctelor fără dimensiuni, pentru intuiționist linia este ”posibilitatea de determinare treptată a punctelor”, puncte ce pot fi descrise cu ajutorul noțiunilor de şir infinit şi extindere.

Formalismul

Definițiile sunt precum curelele, cu cât sunt mai scurte, cu atât trebuie să fie mai elastice

S. Toulmin

Formalismul matematic sa lovit de problema infinitului actual din două perspective diferite. În primul rând în tentativa sa de formalizare a matematicii. *„În*

forma sa originală, acest program trebuia să formalizeze aritmetica elementară şi o parte suficientă din aritmetica transfinită, încât coerența formală a formalismului să corespundă coerenței logice a teoriei formalizate şi, în al doilea rând, să dovedească prin metode finite coerența (formală) a formalismului. S-a demonstrat că acest program nu este realizabil, deoarece, aşa cum a arătat Gödel, nici un formalism de tipul folosit aici nu poate formaliza aritmetica – chiar aritmetice elementară – în mod complet”[lxxxv]. A fost necesară astfel admiterea inducției transfinite ce parcurge, nu şirul numerelor naturale, ci mulțimi „mai mari”, bine ordonate[lxxxvi]. Aritmetica elementară ca paradigmă a teoriei matematice este un aparat care produce formule şi poate fi dezvoltat în totalitate prin metode finite.[lxxxvii] Numai că aici intervin câteva probleme.

În primul rând conceptul sau caracteristica matematică trebuie să fie de aşa natură încât să se poată decide oricând în mod precis dacă un obiect o posedă sau nu, „fie prin considerarea obiectului construit realmente, fie a procesului constructiv care ar produce obiectul”. Variantă a doua relaxează oarecum programul formalist din punctul de vedere finitist, acceptând şi un proces de construcție „în principiu” realizabil.

În al doilea rând, nu există propoziții cu adevărat universale finite. *„Nici o totalitate a unui număr nelimitat de obiecte nu este controlabilă, nici de fapt, nici <<în principiu>>”*. Putem interpreta doar că propoziția universală este valabilă pentru fiecare obiect construit, aceasta neimplicând faptul că clasa tuturor obiectelor astfel construite „există în realitate şi în mod complet”.

De asemenea, nici propoziţiile cu adevărat existenţiale nu sunt finite, noi neavând posibilitatea de a „parcurge toate expresiile cifrice (expresii de un anumit tip) pentru a putea găsi una care are proprietatea în discuţie". După expresia lui Hermann Weyl propoziţia existenţială e numai *„un document care indică prezenţa unei comori fără a dezvălui locul aşezării sale"*[lxxxviii].

Şi dacă în aritmetică se mai folosesc metode transfinite, în particular principiul terţului exclus, dar care pot fi înlocuite prin metode finite, în analiză (unde numărul real este definit cu ajutorul totalităţilor actual infinite, cel puţin în forma ei clasică), acest fapt este imposibil[lxxxix].

Cu alte cuvinte, ca o ironie a sorţii, cel mai complex program *„fundaţional de rezolvare a problemei infinitului"*, formalismul, înainte de a putea *„clarifica definitiv"* natura infinitului, sa trezit că acesta este implicat în însăşi metateoria formalistă asupra matematicii, în cadrul acţiunii de formalizare (după cum se ştie a doua teoremă a lui Gödel implică tocmai imposibilitatea de a demonstra coerenţa matematicii clasice formalizate prin metode finitiste. Aceasta pentru că o astfel de demonstraţie trebuie să poată fi realizată şi aritmetizată, în cadrul aceluiaşi sistem formalizat al matematicii clasice. Deci a demonstra coerenţa acestui sistem prin metodă finită, înseamnă a-i demonstra coerenţa în el însuşi, ceea ce este imposibil – potrivit teoremei de incompletitudine.

În al doilea rând infinitul a fost şi un subiect de sine stătător al formalismului. Ca orice teorie a supra

matematicii formalismul a fost nevoit să i-a poziție şi în ceea ce priveşte totalitățile infinite. Formalismul permite numai utilizarea unor simboluri pentru entitățile actual infinite, dar nu şi existența mulțimilor actual infinite sau a metodelor transfinite, înăuntrul metamatematicii. Aceste simboluri au semnificația unor obiecte perceptuale de tipul expresiilor cifrice, cu rol pur operațional, în cadrul activității de mânuire a semnelor care „constituie conținutul perceptual al metamatematicii".

Prin urmare în cadrul formalismului infinitul actual nu poate subzista în cadrul corpului matematicii decât ca un auxiliar folositor dar care poate fi eliminat, substituit prin finit. *„Un sistem matematic completat cu structuri ideale se poate folosi dacă şi numai dacă orice demonstrație a unei teoreme care are un corelat finit (teoremă care aparține matematicii finite) poate fi transformată într-o demonstrație în care nu se folosesc elemente ideale. (…) Pentru Hilbert, teorema de consistență are deci un sens special: ea trebuie să pună în evidență faptul că propozițiile ideale nu generează, independent, nici o teoremă finitară. În urma acestei demonstrații ele pot fi eliminate"*[xc]. Eşecul programului demonstrează faptul că rolul infinităților actuale, nu este nicidecum unul secundar, în matematică, că nu poate rămâne o idee regulativă. Specificul conceptelor matematice, nu permite tratarea sa precum un concept empiric. Existența instituită de conceptele matematice este de cu totul altă natură decât cea implicată de către conceptele empirice.

Hilbert *„considera această noțiune (de infinitate actuală n. n. B. P.) ca o idee kantiană, o noțiune care*

nici nu este abstrasă din percepție, nici nu este aplicabilă percepției şi care, totuşi, poate fi introdusă în teorii necontradictorii. El a căutat să dea totodată şi o analiză mai precisă a acestei idei şi o demonstrație riguroasă a caracterului ei inofensiv în sistemele formalizabile ale analizei clasice. Pe de o parte, ideea unei infinități actuale şi propozițiile care o implică sunt, după Hilbert, întocmai ca propozițiile şi conceptele matematice finite şi ca propozițiile care le implică, fiind capabile de a fi încorporate – fără semnificația pe care pot s-o aibă – într-un formalism complet şi coerent. Pe de altă parte, ideea şi propozițiile care o implică sunt, spre deosebire de conceptele şi propozițiile matematice finite, incapabile de a fi interpretate ca specifice caracteristicilor perceptuale ale datelor perceptuale (foarte simple)”[xci]. Prin urmare, în cadrul formalismului, infinitatea actuală apare ca un „element ideal”, cu valoare operațională, un „operator epistemic”, alături de alte concepte ideale. În matematică adăugarea de concepte ideale nu este o noutate (de exemplu în geometria proiectivă au fost introduse cu succes puncte, linii şi plane ideale, punctul ideal fiind de exemplu punctul la infinit unde toate paralelele la linia dată se intersectează), iar Hilbert însuşi considera introducerea acestor elemente „ideale” în matematică drept un real succes. Numai că paradoxele rezultate din introducerea lor în cadrul aritmetice necesită o demonstrație de consistență. Eşecul acestui program însă a demonstrat încă o dată faptul că noi nu dispunem încă de un concept riguros definit al infinitului nici măcar în matematică. De unde şi reacția intuiționistă.

Intuiționismul

Există şaizeci şi nouă de feluri de a compune cântecele seminției Şi toate, fără excepție, sunt bune.

R. Kipling

Dintre cele trei direcții din matematică, numai intuiționismul şi-a propus eliminarea infinitului actual din matematică. Acest fapt rezultă de acolo că, pentru intuiționişti, matematica este o disciplină complet autonomă, care nu are nevoie de întemeieri formaliste sau logiciste. La bază intuiționismul (de unde şi numele) se revendică de la teoria kantiană asupra matematicii (cu deosebirea că intuiția kantiană despre spațiu, precum şi construcțiile în spațiul euclidian nu fac, după Brower, parte din intuiția de la baza matematicii. În schimb, doctrina kantiană asupra intuiției pure a timpului – şi ca substrat al matematicii – este acceptată fără rezerve). Obiectul matematicii îl constituie obiectele şi construcțiile intuite, direct, neperceptual, ce sunt evidente prin introspecție. Obiectele şi construcțiile perceptuale, care sunt suficient de simple pentru ca să putem certifica adevărul propozițiilor empirice care le descriu (simboluri şi operațiile cu ele), constituie obiectul metamatematicii.

Se poate observa o distincția clară pe care o fac intuiționiştii între percepție şi intuiție. Această distincție fundată pe concepția asupra timpului – independent de orice conținut perceptual – ce stă la baza matematicii, permite, în viziunea intuiționistă renunțarea la orice nevoie de întemeiere logică sau formală a matematicii,

datorită evidenţei conferite de către intuiţie. Astfel matematica este distinctă faţă de limbaj – construcţia matematică şi actul lingvistic de descriere a rezultatului construcţiei -, ele fiind două activităţi separate. De unde şi autonomia totală a matematicii, ea ne mai având nevoie de girul logicii. (De altfel intuiţioniştii, eliminând negaţia şi principiul terţului exclus, în special în cazul mulţimilor infinite de obiecte). Ba mai mult, logica primeşte un rol secund, acela de a expune principiile raţionamentelor folosite în construcţia matematică. (De fapt nu există o logică intuiţionistă, ci doar o logică matematică intuiţionistă). Cu alte cuvinte, intuiţionismul schimbă raportul logicismului, pretinzând logicii să se întemeieze pe construcţia matematică şi nu, matematica să se întemeieze pe logică. Obiectul matematic nu este supus altor condiţii decât cele ale sintezei matematice însăşi.

Această concepţie ridică însă două probleme. În primul rând, dacă reprezentarea logico-lingvistică este adecvată construcţiei matematice pe care o descrie, dacă nu cumva reprezentarea nu depăşeşte limitele construcţiei. *„Este un fapt cunoscut că limbajul, câteodată, depăşeşte limitele obiectului său de obicei, pericolul acestei depăşiri a fost considerat foarte mare în cazul limbajului filosofic şi foarte mic în cel matematic. După Brower însă, chiar şi în matematică există mare pericol. Astfel, în cazul tuturor matematicienilor care folosesc legea terţului exclus în raţionamente despre sisteme infinite de obiecte matematice, limbajul depăşeşte şi denaturează realitatea matematică”*[xcii].

În al doilea rând, intuiția browneriană nu este ancorată în nimic. Adică, presupusa evidență a construcțiilor matematice obținută prin „introspecție intimă”, nu permite decât o validare intersubiectivă, care este destul de problematică. Este uşor să se presupună că neînțelegerile, dacă există, țin de comunicarea acestor experiențe introspective, dar acest fapt nu rezolvă problema. Pentru a putea întemeia o construcție obiectivă experiența trebuie să poată fi trăită de conştiințe diferite, în mod identic, fapt puțin plauzibil în cazul introspecției. Oricum, deocamdată, intuiția matematică rămâne o supoziție cu un pronunțat caracter metafizic. Şi chiar dacă, matematica intuiționistă, în sens stric, nu este afectat de această problemă, programul intuiționist de fundare a matematicii însă da. Tocmai de aceea s-a considerat că „intuiționismul lui Brower şi-a dovedit mai ales o valoare critică, indicând slăbiciunile matematicii clasice, şi mai puțin una constructivă, de edificare a unei alternative viabile la această matematică”[xciii]. (chiar dacă au existat încercări în acest sens – vezi încercarea lui Erett Bishop din cadrul constructivismului, sau refundamentările propuse în direcția non-axiomatică de P. Lorenzen şi H. Weyl).

Negarea acestei supoziții fundamentale, a intuiției de tip browerian (sau kantian), ar elimina din teoria intuiționistă a matematicii chiar şi infinitul potențial – ca infinit constructibil. Pentru că un asemenea gen de intuiție, care trebuie să fie identică la toți oamenii (şi nu aproximativ la fel, sau una din mai multe posibile, egale din punct de vedere matematic), pentru a garanta universalitatea unică a construcției matematice. Ori aici argumentarea intuiționistă intră aici într-un cerc vicios,

deoarece evidenţa în sine a conceptelor matematice este singura care garantează că acest tip de infinit este singurul „real" sau „inteligibil".

Dincolo de toate aceste intuiţionismul ilustrează una din alternativele contemporane din filosofia matematicii referitoare la problema infinitului. Dacă celelalte direcţii mai dădeau o şansă infinitul actual, chiar dacă limitat la infinitul actual matematic, intuiţionismul a radicalizat imposibilitatea infinitului actual, nepermiţându-l nici la nivelul percepţiei (metamatematicii), nici la nivelul intuiţiei (matematic). În spirit kantian – matematica este cunoaştere prin construcţia conceptelor şi nu din concepte – Brower nu acceptă decât posibilitatea construirii ad infinitum şi nicidecum posibilitatea existenţei unor construcţii (actual) infinite. Pentru aceasta intuiţionistul nu acceptă noţiunea clasică de mulţime (care am văzut că duce la paradoxuri, în momentul în care lucrăm cu mulţimi de genul „mulţimea tuturor mulţimilor care…"), ci acesteia *„îi corespund două noţiuni intuiţioniste, aceea de extindere şi aceea de specie. O extindere este definită printr-un mod comun de a genera elementele sale (constructibile), iar o specie este definită printr-o proprietate caracteristic ce poate fi atribuită entităţilor matematice, care au fost construite sau puteau fi construite înainte de definirea speciei. În definirea unei extinderi, prima etapă constă din a concepe însăşi noţiunea generală de şir înaintând fără sfârşit, indiferent cum sunt determinaţi termenii şirului, fie prin lege, prin alegere liberă, fie oricum vrem noi"*[xciv].

Ce este deosebit la abordarea intuiționistă, este că spre deosebire de teoria clasică a mulțimilor, pe parcursul demonstrațiilor de generare a numerelor, nu se poate presupune nici un moment existența totalităților actual infinite, ci în permanență avem de-a face numai cu entități construibile. La fel cum noțiunea de extindere ne împiedică să presupunem o totalitate „realizată" infinită de entități matematice, cea de specie interzice presupunerea mulțimilor actual infinite. În schimb infinitul există, chiar dacă numai potențial şi nu oricum ci, după cum am văzut, numai în intuiție. *„Brower însă priveşte intuiționismul nu numai ca program, ci şi ca teză, îndeosebi în cazul doctrinei intuiționiste despre infinitatea potențială. El nu lasă nici o îndoială asupra faptului că şirurile infinite sunt, pentru el, nu numai construcții pe care le preferă altora sau în care este interesat în mod deosebit. Din contră, el arată foarte clar că şirurile infinite sunt singurele infinități date ființelor care gândesc şi percep, dar că ele sunt date în percepția pură sau în intuiție"*[xcv].

Acceptarea infinitului potențial, cu un statut ontologic bine definit ne arată că intuiționismul lui Brower nu este decât un finitism moderat. Mai poate fi presupusă şi o a treia poziție față de statutul infinitului, şi anume cea care respinge atât infinitul actual cât şi pe cel potențial. Aceasta ar fi poziția finitismului strict care ar nega cu desăvârşire existența mulțimilor infinite, chiar şi pe cea constructibilă. S-ar presupune din această perspectivă că şirurile infinite, de exemplu, depăşesc capacitatea umană de înțelegere în orice privință. Noi ne putem imagina faptul că generarea numerelor naturale merge, în principiu, la infinit sau că noi putem prelungi o

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

dreaptă la infinit, dar aceasta nu înseamnă că intuiția noastră (orice dorim să înțelegem prin ea capacitatea de reprezentare, de construcție în percepție (pură) etc.), poate ține pasul cu procesul imaginației. Să luăm un caz banal. Mă gândesc cât este distanța până la camera alăturată, şi o percep, până la casa de peste drum, de asemenea o percep şi mi-o pot reprezenta ca fiind de zece ori mai mare. Apoi mă gândesc că distanța până la magazin este de zece ori mai mare decât cea până la casa alăturată şi îmi reprezint diferența. Continui procesul şi mă gândesc că distanța până la ieşirea din oraş e de zece ori mai mare decât cea până la magazin, de o sută de ori mai mare decât până la casa vecină şi de o mie de ori până la camera alăturată. Este ceva care să mă împiedice să continui procesul, nu. Atunci, îmi imaginez distanța până la oraşul învecinat ca fiind de zece ori mai mare decât, cea până la marginea oraşului, deci de zece mii de ori decât cea până la camera alăturată. Dar de acum reprezentarea mea nu mai poate ține pasul cu această diferență, ori în imaginație procesul poate continua mărind distanța la o sută de mii, un milion, zece milioane, o sută de milioane de ori. Şi dacă ne gândim bine abia dacă am ajuns pe lună. Nu trebuie să ne lăsăm înşelați de simboluri. Era evident mult mai uşor dacă „reprezentam" distanțele cifric: de 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, 10.000.000, 100.000.000 etc. dar astfel nu făceam decât să mascăm încercarea noastră de a surprinde infinitul. După cum am văzut, după Kant, putem construi numărul 2 şi percepe două obiecte, putem construi numărul $10^{10\ 10\ 10}$, chiar dacă nu putem percepe o colecție aşa mare de obiecte, pe când o colecție infinită nu se poate nici construi, nici percepe.

Numai că întrebarea se pune de al câtelea 10 din $10^{10^{10^{\dots}}}$, mulțimea e infinită. Răspunsul firesc este că de la al ∞-lea de 10. Operarea cu simboluri fie că sunt ℵ-uri sau ∞-uri rămân convenții. Un finitist strict ar zice că aceste simboluri nu fac decât să indice colecții suficient (sau mult prea mari) de obiecte, pentru a putea avea relevanță în încercare mea de a surprinde infinitul, pentru că oricum sunt intuitiv şi perceptual vide. Infinitul, ar spune infinitistul strict, nu se lasă prins în conceptele noastre, iar o mulțime infinită (fie ea actuală sau construibilă) este un termen contradictoriu.

În loc de concluzii

Matematica nu ştie despre ce vorbeşte, nici dacă ceea ce spune este adevărat

B Russell

Problema infinitului s-a perpetuat până în zilele noastre, dând naştere la vii dispute şi varii interpretări şi soluții. *„Contactul cu infinitul a condus la antinomii (în cadrul teoriei mulțimilor, mulțimea tuturor mulțimilor, a celui mai mare număr cardinal/ordinal, antinomii de natură semantică, antinomiile lui J. Richard, Berry, K. Grelling etc. n.n. B.P.)*”[xcvi], nu numai în matematică, ci şi în celelalte ştiințe.

Astăzi se poate zice că s-a ajuns în sfârşit la concluzia că problema infinitului nu este soluționabilă în cadrul unei singure discipline, ci că este nevoie de conlucrarea multor, dacă nu a tuturor, domeniilor de cunoaştere. Numai că, orice interdisciplinaritate are nevoie de un limbaj comun, care să asigure comunicarea şi liantul, între rezultatele diferitelor discipline. Bineînțeles că cele mai multe voci susțin că limbajul matematicii ar fi cel mai nimerit pentru acest rol, şi nu fără motiv.[xcvii]

Numai că până ca cum matematica, cea care a acaparat problema infinitului, s-a dovedit neputincioasă de a da o „măsură" care să mulțumească şi rațiunea şi imaginația. Demersului matematic până în prezent i se poate reproşa, că în privința infinitului, a realizat construcții conven-ționale, care nici aşa nu sunt ferite de contradicții. Ba mai mult nu a reuşit să convingă de faptul că se află în posesia unei explicații a infinitului, care mereu scapă oricărei delimitări conceptuale, generând paradoxuri.

Un răspuns pentru această stare de lucru ar fi acela că încă nu suntem în posesia unei definiții a infinitului. *„Expresia definirea infinitului pare paradoxală, dar numai din punct de vedere pur lingvistic. În general se constată că noțiunea (sau noțiunile) de infinit nu este nicăieri definită în mod satisfăcător. În loc de noțiunea de infinit, în multe cazuri este definit simbolul de infinit şi acesta, cel mai frecvent, ca o limită a unor şiruri. Or, se ştie că o limită, cum ar fi în cazul de față, este ea însăşi definită prin infinit. Ajungem astfel la o petitio principii. O altă definiție ce se dă infinitului este de a fi o însuşire a materiei. Nici această definiție nu*

satisface, deoarece în prealabil n-au fost definite noțiunile de însuşire şi de materie”[xcviii]

Pe de altă parte nici eliminarea infinitului din matematică nu a reuşit până acum, dându-i parcă dreptate lui Aristotel: „şi cei care spun că există, şi cei car spun că nu există întâmpină multe dificultăți”. De unde putem concluziona că în ciuda caracterului său contradictoriu infinitul are un rol esențial pentru cunoaşterea umană. *„Eliminarea completă a infinitului din matematică n-a reuşit şi aceasta pentru un motiv principal (…), şi anume că infinitul are o funcție esențial în procesul de constituire a oricărei noțiuni”, precum şi în trecerea de la un plan al gândirii la altul”*[xcix].

Dar oare vom reuşi vreodată să dăm o definiție a infinitului care să reflecte ce este el în esența sa? Dacă luăm expresia sa lingvistică, infinitul nu poate avea un caracter peratologic, dar aşa cum zicea Leon Rosenfeld „conceptele noastre nu pot fi înțelese decât prin limitele lor”. Iar această stare de lucruri atinge şi fizica contemporană, unde cele mai mari bătăi de cap le dau condițiile la limită. Vom spune oare până la urmă ca S. W. Hawking *„Trebuie să fie ceva foarte special în privința condițiilor la frontieră ale Universului şi ce poate fi mai special decât condiția că nu există frontieră”.*

Pe de alt parte a devenit de la sine înțeles că nu putem căuta infinitul numai construcțiile matematice, care se pot refugia oricând în lumea Ideilor matematice, acuzând limitările inerente omului. Geometria astfel, are un răspunsul suficient de clar, acordând credit variantei lui M. Evellin în interpretarea kantiană: *„indeterminarea*

este inerentă în conceptul de intuiţie a priori a spaţiului euclidian, ceea ce este cauzat de imposibilitatea vizualizării întregului spaţiu”[c].

În fizica contemporană, însă, continuă disputele asupra existenţei şi determinării infinitului real. Cei mai mulţi consideră o astfel de problemă ca ieşind de sub autoritatea fizicii. Este finit? Este infinit? Avem de-a face cu o problemă care ţine mai mult de filosofie decât ştiinţa propriu-zisă”[ci] (L. Marriot). Ideea inconsistenţei termenului de infinit a fost susţinută multă vreme de unii filosofi: *„dacă întrebăm: este lumea finită sau infinită, cuvântul lume pierde orice sens, deoarece tot ceea ce noi ne reprezentăm este mărginit în sine”*[cii]. (Thomas Hobbes)

Toland recunoaşte însă existenţa reală a infinitului. *„Deoarece – spune el – ceea ce este în mod real infinit există în mod real ca infinit; dar ceea ce poate doar să fie prelungit fără sfârşit; nu posedă deloc infinitatea pozitivă”*[ciii]. Dar sesizând caracterul nesatisfăcător al noţiunii de infinit, Toland caută o ieşire în deosebirea noţiunilor de infinitate potenţială, abstractă şi reală a spaţiului şi timpului. El înţelege această infinitate în sensul infinităţii metafizice, ca ne-mărginire a reprezentării spaţiale şi temporale date. Spaţiul se reprezintă, după Toland, ca o mărime infinită dată: toate părţile acestui spaţiu infinit există laolaltă.

Spre deosebire de Toland, Max Reiser urmând dezvoltarea ştiinţelor, în special a geometriei şi fizicii, consideră noţiunea de infinitate contradictorie, imposibil de conceput. *„Avem dreptul să ne întrebăm în această*

privință care este sensul noțiunii infinității spațiului. Ea ni se pare o noțiune ce se contrazice pe sine însăşi, din următoarele considerente: spațiul e forma corpului eliberată de conținutul ei, dar aceasta înseamnă că o formă dată este întotdeauna forma unui corp finit, deoarece noi cunoaştem numai astfel de corpuri. Aceste corpuri sunt întinse, adică au cele trei dimensiuni cunoscute (în sensul percepției). Infinitatea spațiului ar însemna aşadar măsurarea incomensurabilului sau supracomensurabilului, cu ajutorul unor mărimi finite".[civ]

O tendință importantă în fizica modernă o constituie renunțarea la susținerea existenței infinitului cantitativ. *„Astfel, infinitul este doar un mod de a ne exprima, pe când e vorba propriu-zis de limitele de care o anumită relație se apropie oricât de mult, în timp ce altora li se asigură o creştere nelimitată"*[cv] şi, mai departe, *„Nu este greu de a arăta că prin metodele ştiințelor naturii este imposibilă dovedirea atât a caracterului finit, cât şi a infinității în spațiu şi timp a lumii materiale […] Atât o latură cât şi cealaltă pot exista numai în unitatea dintre ele".*[cvi] Fizica modernă nu permite absolutizări ale câmpului gravific sau a altei forme concrete a lumii materiale în mişcare, *„infinitatea reală trebuie să se prezinte exclusiv în strânsă legătură cu corelația dintre absolut şi relativ. Ea exprimă doar sensul că natura absolută a materiei în mişcare se manifestă numai prin intermediul stărilor calitative, concrete, relative cu caracteristicile cantitative proprii acestor stări, oricare din aceste stări calitative concrete fiind limitată în schimbările sale cantitative printr-o anumită măsură. Prin urmare, contradicția infinității se*

manifestă nu ca unitate din calitatea absolută dată şi cantitatea fără măsură corespunzătoare, ci ca unitatea dintre stările relative ale materiei în mişcare şi natura absolută a schimbării şi dezvoltării materiei”[cvii].

În ciuda eforturilor făcute de susţinătorii infinităţii calitative, de a se păstra în graniţele ştiinţei infinitul le scapă, evidenţiindu-şi originile sale metafizice. El se reîntoarce în zona inteligibilului, pierzându-şi claritatea şi devenind o noţiune nebuloasă, în momentul în care vrem să-l raportăm doar la lumea materială, ruptă de puterea şi procesul creator al spiritului uman. *„Nu este aşadar justificată presupunerea că forma gravifică a mişcării materiei este forma absolută, eternă, universală a lumii materiale şi că ea este, prin urmare, independentă de stările cantitative în oricât de multe milioane de ani-lumină s-ar calcula ele. Câmpul gravific este şi el, ca însuşire a materiei, limitat, relativ în existenţa sa ca orice altă însuşire şi formă a materiei. Acest fapt începe să fie observat în însăşi cercetările fizicii. Ştiinţa a arătat că conţinutul pozitiv al Teoriei relativităţii se reduce, înainte de toate, la teoria gravitaţiei aplicată la o totalitate finită de mase gravifice […] cosmologia ştiinţifică trebuie să fie principal construită pe descrierea legităţilor unei părţi limitate a Universului. Orice încercare de a ieşi din cadrele acestei condiţii duce la metafizică şi idealism”.*[cviii]

Renunţarea la infinitul cantitativ şi scoaterea în prim-plan a celui calitativ nu rezolvă problema, ci din contra, încercările de înţelegere a acestuia din urmă ni se par dacă nu mai mult, cel puţin la fel de dificile, chiar dacă infinitul calitativ ne este prezentat într-o haină cât

mai asemănătoare lumii noastre perceptuale. *„Tocmai de aceea nici vorbă nu poate fi de paradoxuri de tipul celui gravitațional şi fotometric deoarece lumea materială nu poate consta dintr-un număr infinit de mase gravifice precum şi dintr-un număr infinit de stele materiale. Numărul lor trebuie să fie finit, ceea ce nu contrazice însă deloc teza infinității materiale a lumii, deoarece aceasta nu se poate exprima într-un număr infinit de obiecte materiale de aceeaşi calitate, ci constă în existența absolută a materiei în mişcare, care manifestă o multitudine (infinită) de forme concrete de existență".*[cix]

O altă interpretare a caracterului finit, dar nelimitat al universului, se bazează pe noua concepție asupra lumii, dar nelimitarea ei nu va mai apare ca o consecință a capacității finite de cunoaştere şi a percepției ființei umane, ci rezultă din însăşi caracteristica informației de a se deplasa (transmite) cu viteza finită, limitată la viteza luminii: *„relativitatea a arătat că orice univers fizic trebuie să aibă dimensiuni finite deoarece în orice moment structura lui cauzală este dată de semnalul luminos, iar lumina are o viteză finită. Universul este finit dar nelimitat deoarece dacă aşteptăm ceva mai mult putem să recepționăm semnale din locuri cât mai îndepărtate (s.n. P.B.), dar acestea se vor afla întotdeauna la o distanță finită"*[cx]. Dar acest argument se supune, după cum se observă, tot modului de a concepe infinitul ca un indefinit, un tot mai departe nedeterminat.

Criticile cele mai vehemente, a celor care au vrut să soluționeze problema infinității spațiului s-au ridicat, însă, împotriva absolutizării unilaterale la care Newton a

R O S L I R
Revista Română de Semio-Logică (pe Internet)

supus conceptele de spaţiu şi timp. *„Interpretarea pe care o dă Newton noţiunii de caracter absolut al spaţiului şi timpului, ca şi celui de caracter relativ, se bazează în întregime pe particularităţile mişcării mecanice a corpurilor. Newton ridică pur şi simplu acele însuşiri universale ale spaţiului şi timpului care se manifestă în mişcarea mecanică, la rangul de însuşiri absolute, de însuşiri universale ale spaţiului şi timpului. În stadiul incipial de dezvoltare al fenomenelor naturii, un astfel de procedeu era, într-o anumită măsură legitim şi natural, deşi în esenţă, el nu era just: absolutizarea diferitelor însuşiri şi legităţi concrete ale proceselor obiective este o trăsătură caracteristică a metodei metafizice de gândire”.*[cxi]

Metodele de abstracţie şi interpretare a fenomenelor naturii s-au schimbat în fizica modernă. Aceasta se referă, înainte de toate, la momentul modificării formei ca rezultat al schimbării conţinutului; odată cu schimbarea inevitabilă a conţinutului trebuie să se modifice şi forma lui. Fiind forme, spaţiul şi timpul trebuie să aibă nu numai o natură calitativă determinată, dar structurile spaţio-temporale trebuie să se deosebească între ele în concordanţă cu diferitele stări calitative ale universului. *„Devine evident că, […] criteriul prezentat de Newton cu privire la relativitatea spaţiului şi timpului se referă numai la unul din cazurile concrete de manifestare a relativităţii generale ale acestor forme. Este vorba de manifestarea legăturii nemijlocite a spaţiului şi timpului cu mişcarea mecanică a corpurilor macroscopice”.*[cxii]

Limitarea metafizică a metodei lui Newton va fi depăşită de dezvoltarea ulterioară a reprezentărilor spațio-temporale. Einstein va respinge ideea mişcării absolute susținută de Newton. *„El demonstrează că absolutul implică fie contradicții logice în descrierea unei situații, fie deosebiri de natură fizică care nu pot fi găsite prin nici un fel de experiment. Judecățile bazate pe absolut violează fie regulile logice, fie legile naturii şi sunt, prin urmare, lipsite de vreun sens logic sau fizic ori amândouă. Tocmai în contextul teoriei relativității s-a pus prima dată problema sensului judecăților”.*[cxiii]

Întocmai ca în concepția kantiană, în concepția modernă rațiunea este obligată să rămână la nivelul şi în cadrul experienței pentru a ne putea conduce cu siguranță şi precizie. Numai o posibilă experiență este poate coordona procesele rațiunii, depăşirea cadrelor experienței de când la antinomii sau nonsensuri. *„Orice formă de absolut trebuie să fie părăsită, chiar şi forța este relativă”.*[cxiv] (A. Einstein) *„Ea (relativitatea n.n. P.B.) a făcut spațiul finit şi, mai mult, limitele sale finite imposibil de a fi atinse, exceptând un tip de infinit, a făcut timpul însuşi să încetinească cu distanța şi în final să devină staționar”.*[cxv] Acesta se pare că este noul mod de a concepe infinitul, ca real dar intangibil. Un timp infinit conceput ca o totalitate finită dată, un infinit actualizat în cadrul finitului, asemănător infinitului hegelian. Pentru moment vom semnala doar această apropiere. Prezentând drept exemplu al falsului infinit, linia dreaptă ce se întinde nelimitat în ambele direcții, el îi opune linia închisă ca model al infinitului adevărat. *„În acest caz – afirmă Hegel – este conținută atât mişcarea finită a punctului cât şi întinderea infinită a liniei”.*[cxvi]

Ori în concepţia modernă, în acest mod de concepere a infinitului, nu avem de a face cu mişcarea finită în volumul limitat al lumii şi, totodată, cu întinderea infinită (nelimitată) a suprafeţei (planului) acestei lumi? Ba mai mult, *„există exemple în fizică, care ilustrează faptul că spaţiul tridimensional infinit devine finit (deşi nemărginit) prin introducerea celei de a patra dimensiuni – timpul (spaţiul minkowskian)"*[cxvii].

De asemenea, în ceea ce priveşte infinitul mic, evoluţia fizicii cuantice sugerează o nouă modalitate de interpretare. *„Fizica subatomică a pus în evidenţă faptul că energia de mişcare poate fi transformată în masă, sugerându-se astfel că particulele reprezintă mai curând procese decât obiecte. În acest context s-a impus ipoteza bootstrap (…) potrivit căreia natura nu poate fi redusă la nişte unităţi fundamentale cum ar fi particulele sau câmpurile cuantice"*[cxviii].

Cert este că *„evoluţia problemei infinitului coincide în general cu istoria ştiinţei exacte şi a filosofiei, principalele momente în reformularea temei infinitului reprezentând, în acelaşi timp, şi momente de răscruce în evoluţia ştiinţelor şi a reflecţiei filosofice"*[cxix].

BIBLIOGRAFIE:

ARISTOTEL, ***Fizica***, Bucureşti, Editura Ştiinţifică, 1966

BECKER O., ***Fundamentele matematicii***, Bucureşti, Editura Ştiinţifică, 1968

BIRNBAUM L., ***Multa et multum***, Bucureşti, Editura Litera, 1984

Celmare Şt., ***Perspective epistemologice***, Iaşi, Editura universităţii „Al. I. Cuza”, 1993

Cousin V., ***Philosophie de Kant***, troisieme edition, Paris, Librairie Nouvelle

Evellin M., ***La raison pure et les antinomies. Essai critiques sur la philosophies kantiene***, Paris, Alcan, 1907

Farcaş Ghe., Szilagyi Miklos, ***Fundamentele matematicii***, Târgu Mureş, Editura Universitţii „Petru Maior”, 1997

Hegel G. W. F., ***Ştiinţa logicii***, Bucureşti, Editura Academiei R. P. R., 1966

Hitikka J., Time&Necessity. ***Studies in Aristotle's Theory of Modality***, Oxford, Claredon Press, 1973

Hutten E., ***Ideile fundamentale ale fizicii***, Bucureşti, Editura Enciclopedică Română, 1970

Kant I., ***Critica facultăţii de judecare***, Bucureşti, Editura TREI, 1995

Kant I., ***Critica raţiunii pure***, Bucureşti, Editura IRI, 1994

Körner Sth., ***Introducere în filosofia matematicii***, Bucureşti, Editura Ştiinţifică, 1965

Leibniz, *Monadologia*, în ***Opere filosofice***, Bucureşti, Editura Ştiinţifică, 1972

Munteanu M., ***Infinitul***, Presa Universitară Clujeană, 1999

Onicescu O., *Funcţia logică a infinitului*, în ***Principii de cunoaştere ştiinţifică***, Oficiul de librării, 1944

Pârvu I., ***Infinitul***, Bucureşti, Editura Teora, 2000

Poincare H., ***Ştiinţă şi ipoteză***, Bucureşti, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1986

Reiser M., ***On Quality, Space and Time***, The Philos. rewiev, sept, New York, 1946

Rigal J. P., ***Timpul şi gândirea fizică contemporană***, Bucureşti, .Editura Enciclopedică Română

Sulaiman S., ***The mathematical theory of new relativity***, Reprinted from the Proceeding of the Acad. of Sc. U. P. India, vol. 4, 1934

Sviderski V. I., ***Spaţiul şi timpul***, Bucureşti, Editura Ştiinţifică, 1960

Ţurlea M., ***Filosofia matematicii***, Bucureşti, Editura Universităţii, 1970

NOTE:

---

[i] O. Becker, ***Fundamentele matematicii***, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1968, p. 62.

[ii] I. Pârvu acordă spaţii ample problemei continuităţii în lucrarea sa ***Infinitul***, Editura Teora, Bucureşti, 2000.

[iii] I. Pârvu, *Op. cit.*, pp. 13-14.

[iv] J. Hitikka, ***Time&Necessity. Studies in Aristotle's Theory of Modality****,* Oxford, Claredon Press, 1973, p. 125. Vezi în continuare Capitolul VI, *Aristotelian Infinity*, precum şi Ilie Pârvu, *op. cit.* Capitolul: *Infinitul nu poate fi străbătut raţional: Aristotel.*

[v] Aristotel, ***Fizica***, (III, 4, 204a), Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1966, p. 67.

[vi] *Ibidem*, (III, 4, 203b), vezi şi traducerea lui O. Becker din *op. cit.* p. 87.

[vii] Aristotel, ***Metafizica***, IX, 9, 1051a.

[viii] Aristotel, ***Fizica****,* III, 7, 207a.

[ix] *Ibidem.*

[x] Principiu a cărui istorie şi influenţă în gândirea europeană au fost studiate de A. O. Lovejoy în ***The Great Chain Of Beeing: A Study of the History of an Idea***, Havard U. P. Cambridge, 1936.

[xi] J. Hitikka, *op. cit.*, p. 94, vezi şi I. Pârvu *op. cit.*

[xii] ***Fizica***, III, 6, 206b.

[xiii] ***De Anima***, III, 8, 432a7-9

[xiv] J. Barnes, ***Aristotel***, Editura HUMANITAS, 1996, p. 92.

[xv] ***Metafizica***, VI (E), 1, 1026a 26-30.

[xvi] St. Körner, ***Introducere în filosofia matematicii***, Editura Ştiinţifică, Bucureşti 1965, p. 24.

[xvii] ***Fizica*** III, 8, 207b.

[xviii] cu toate că, pe baza ambiguităţii în exprimare din Fizica (explicabile prin considerente istorice ce ţin de limba uzuală a grecilor) s-au lansat multe ipoteze, mai mult sau mai puţin speculative cum ar fi acceptarea de către Aristotel a mulţimilor actuale infinite de obiecte (deşi fără existenţa simultană a tuturor membrilor lor) în sensul modern al termenului (J. Hitikka), sau o anume viziune profetică a unor geometrii fundate pe alte baze decât cea euclidiană (Th. Heath), ori admiterea de către Aristotel a posibilităţii folosirii necontradictorii a mulţimilor actual infinite într-un sistem pur matematic care nu este aplicabil universului fizic (St. Körner).

[xix] ***Metafizica***, II, 2, 994b.

[xx] ***Fizica*** III, 5, 206a

[xxi] *Idem*, III, 6, 206a

[xxii] St. Körner, *Op. cit.*, p. 28.

[xxiii] I. Pârvu *Op. cit.*, p. 42.

[xxiv] ***Metafizica***, II, 2, 994a.

[xxv] *Idem*, II, 2, 994b.

[xxvi] I. Pârvu *Op. cit.*, p. 43.

---

xxvii Vezi I. Pârvu, *Op. cit.*, p. 47 şi urm.

xxviii Leibniz, *Monadologia*, în ***Opere filosofice***, I, Editura Ştiințifică, Bucureşti, 1972, p. 522.

xxix Vezi I. Pârvu, *Op. cit.*, Capitolul *Genurile existenței şi tipurile de infinit în viziunea lui Leibniz.*

xxx Leibniz, ***Scrisoare către Volder,*** în *op. cit*., p. 409.

xxxi I. Pârvu, *op. cit.*, p. 59, "Într-o viziune, ce descinde din realismul antic, Leibniz distinge ca principale trepte ale existenței: (i) *ființa divină*; (ii) <<*substanța individuală*>> ("lumea metafizic-reală", "ființa completă, unitară", "unitatea substanțială"); (iii) *materia* ("substanța corporală, lumea fenomenelor", "ființa prin agregare"); (iv) *sufletul*; (v) "*entitățile ideale şi de relație*" (spațiul, timpul, mişcarea, abstracțiile şi conceptele matematice)" (*Ibidem*, p. 50). Şi fiecăruia din aceste nivele ale ființei îi corespunde câte o modalitate specifică de atribuire a infinitului.

xxxii Leibniz, ***Scrisoare către Volder,*** în *op. cit.,* p. 420.

xxxiii *Ibidem*, p. 401.

xxxiv *Ibidem*, pp. 420-421.

xxxv Leibniz, ***Noveoux Essays sur l'entendement human***, cap. XVII, § 3. Am urmat traducerea lui I. Pârvu.

xxxvi M. Evellin, ***La raison pure et les antinomies. Essai critiques sur la philosophies kantiene***, Paris, Alcan, 1907, p. 8.

xxxvii H. Poincare, ***Ştiință şi ipoteză***, Editura Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1986, pp. 37-38.

xxxviii M. Evellin, *Op. cit.*, p. 9.

[xxxix] I. Kant, ***Critica rațiunii pure***, Editura IRI, Bucureşti, 1994, B, nota 1, p 362.

[xl] *Ibidem*, nota 2, p. 362.

[xli] M. Evellin, *Op. cit.*, p. 9.

[xlii] Sth. Körner, *Op. cit.*, p. 41.

[xliii] I. Kant, ***Critica facultății de judecare***, Editura TREI, Bucureşti, 1995, pp. 133-134.

[xliv] H. Poincare, *Op. cit.*, p. 37.

[xlv] Scrisoare Gauss către Bassel, 9 aprilie 1830, în O. Becker, ***Măreția şi limitele matematicii***, Editura Ştiințifică, Bucureşti, 1968, p. 113.

[xlvi] V. Cousin, ***Philosophie de Kant***, troisieme edition, Paris, Librairie Nouvelle, 1857, pp. 79-80.

[xlvii] I. Kant ***Critica rațiunii pure***, *ed. cit.*, B, p. 75.

[xlviii] I. Kant *Op. cit.*, B, pp. 416-417.

[xlix] I. Kant *Op. cit.*, B, p. 417.

[l] I. Pârvu p. 110 şi urm.

[li] I. Kant *Op. cit.*, B, p. 188.

[lii] I. Kant *Op. cit.*, B, p. 192.

[liii] I. Pârvu, *Op. cit.*, p. 111.

[liv] I. Kant *Op. cit.*, B, p. 196.

[lv] I. Kant *Op. cit.*, B, p. 421.

[lvi] ***Fizica*** 207b, *ed. cit.*, *p*. 76.

[lvii] I. Kant, *Op. cit.*, B, p. 419.

[lviii] I. Kant, *Op. cit,* B, p. 420.

[lix] şi aici este o mare pierdere faptul că, I. Kant nu a dorit (putut) să dea o definiție a categoriilor, dispensându-se „înadins”, deşi se afla în posesia lor. Vezi *op. cit.*, p.114.

[lx] I. Kant, *Op. cit.*, B, p. 420.

[lxi] I. Kant, *op. cit.*, B, p. 421.

[lxii] I. Kant, *Op. cit.*, B, p. 421.

[lxiii] Sth. Körner, *op. cit.*, p. 146.

[lxiv] Marius Munteanu, ***Infinitul***, Presa Universitară Clujeană, 1999, p. 16.

[lxv] I. Pârvu, *Op. cit.*, p. 152.

[lxvi] B. Bolzano, *Paradoxele infinitului*, în O. Becker, ***Fundamentele matematicii***, *ed. cit.*, p. 305, în continuare este dată şi demonstrația lui Bolzano.

[lxvii] Scrisoare Gauss către Schumacher, Göttingen, 12 iulie 1831, în O. Becker, *op. cit.*, p. 208.

[lxviii] O. Becker, ***Măreția şi limitele matematicii***, *ed. cit.*, p. 123.

[lxix] Sth. Körner, *Op. cit.*, p. 194.

[lxx] Brower în Sth. Körner, *Op.cit.*, p. 194.

[lxxi] G. Cantor, ***Fundamentele unei teorii generale a varietăților***, 1883 § 8, în O Becker, ***Fundamentele matematicii***, *ed. cit*., p. 328.

[lxxii] *Ibidem*.

[lxxiii] *Ibidem*.

[lxxiv] *Ibidem*.

[lxxv] *Ibidem*.

[lxxvi] *Ibidem*, p. 314.

[lxxvii] *Ibidem*, p. 317.

[lxxviii] *Ibidem*, p. 323.

[lxxix] I. Pârvu, *Op. cit*., p. 152.

[lxxx] Sth. Körner, *Op. cit*., p. 87.

[lxxxi] I. Pârvu, *Op. cit*., p. 129.

[lxxxii] Sth. Körner, *Op. cit*., p. 88.

[lxxxiii] I. Pârvu, *Op. cit*., p. 135.

[lxxxiv] Sth. Körner, *Op. cit*., p. 165 şi urm.

[lxxxv] *Ibidem*, p. 149.

[lxxxvi] Vezi cap. V, din R. L. Wilder, ***Fundations of Mathematics***, New York, 1952.

[lxxxvii] Vezi Sth. Körner, *Op. cit*., pp. 104 şi urm.

[lxxxviii] Hermann Weyl , ***Philosophy of Mathematics and Natural Science***, Princeton, 1949, p. 51, în Sth. Körner, *op. cit*., p. 105.

[lxxxix] Vezi Apendix A în Sth. Körner, *Op. cit.*

[xc] I. Pârvu, *Op. cit.*, pp. 134-135.

[xci] Sth. Körner, *Op. cit.*, pp. 150-151.

[xcii] Sth. Körner, *Op. cit.*, p. 162.

[xciii] I. Pârvu, *Op. cit.*, p.125.

[xciv] Sth. Körner, *Op. cit.*, p. 169.

[xcv] *Ibidem,* p. 193.

[xcvi] Ghe. Farcaş, Szilagyi Miklos, ***Fundamentele matematicii***, Târgu Mureş, Editura Universitții „Petru Maior", 1997, p. 77.

[xcvii] vezi I. Pârvu, *Op. cit.*, p 16.

[xcviii] Leon Birnbaum, ***Multa et multum***, Editura Litera, Bucureşti, 1984, p. 28

[xcix] O. Onicescu, *Funcția logică a infinitului*, în ***Principii de cunoaştere ştiințifică,*** Oficiul de librării, 1944, p. 72.

[c] Mihai Țurlea, ***Filosofia matematicii,*** Editura Universității, Bucureşti, 1970, p. 135.

[ci] în J. P. Rigal, ***Timpul şi gândirea fizică contemporană,*** Editura Enciclopedică Română, Bucureşti, p. 23.

[cii] în V. I. Sviderski, ***Spațiul şi timpul***, Editura Ştiințifică, Bucureşti, 1960, p. 145.

[ciii] *Ibidem*, p. 146.

[civ] Max Reiser, ***On Quality, Space and Time,*** The Philos. rewiev, sept, New York, 1946, p. 574.

[cv] V. I. Sviderski, *Op. cit*., p. 149.

[cvi] *Ibidem,* p. 166.

[cvii] *Ibidem.*

[cviii] *Ibidem,* p. 167.

[cix] *Ibidem*, p. 168.

[cx] Ernest Hutten, ***Ideile fundamentale ale fizicii***, Editura Enciclopedică Română, Bucureşti, 1970, p. 123.

[cxi] V. I. Sviderski, *Op. cit*., p. 63.

[cxii] *Ibidem,* p. 70.

[cxiii] E. Hutten, *Op. cit*., pp. 65-66.

[cxiv] *Apud* E. Hutten, *Op. cit*., p. 70.

[cxv] S. Sulaiman, ***Tthe mathematical theory of new relativity,*** Reprinted from the Proceeding of the Acad. of Sc. U. P. India, vol. 4, 1934, p. 2.

[cxvi] G. W. F. Hegel, ***Ştiința logicii***, Editura Academiei R. P. R., Bucureşti, 1966.

[cxvii] L. Birnbaum, *Op. cit*., p. 30.

[cxviii] Ştefan Celmare, ***Perspective epistemologice,***, Editura universității „Al. I. Cuza” Iaşi, 1993, pp. 68-69.

[cxix] I. Pârvu, *Op. cit*., p. 16.